

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI FANLAR AKADEMIYASI
АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

МЕХАНИКА
МУАММОЛАРИ

O‘ZBEKISTON
JURNALI

2
2023

УЗБЕКСКИЙ
ЖУРНАЛ

ПРОБЛЕМЫ
МЕХАНИКИ

Журнал под таким названием издается с января 1992 г.

Ташкент – 2023

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор – докт. физ.-мат. наук, проф. К.С. СУЛТАНОВ
Заместитель главного редактора – докт. физ.-мат. наук Р.А. АБИРОВ
Заместитель главного редактора – PhD Н.А. НИШОНОВ
Ответственный секретарь – PhD М.М.ХАМДАМОВ

Абдикаримов Р.А. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Мирсаидов М. д.т.н., проф., акад. АН РУз (Ташкент)
Абдусаттаров А. д.т.н., проф. (Ташкент)	Мухаммадиев Д.М. д.т.н., проф. (Ташкент)
Азимов Д. д.т.н., проф. (США)	Панахов Г.М. д.т.н., проф., член.-корр. НАНА (Баку)
Алдошин Н.В. д.т.н., проф. (Москва)	Паровик Р. д.ф.-м.н. (Петропавловск-Камчатский)
Алимухамедов Ш.П. д.т.н., проф. (Ташкент)	Ризаев А.А. д.т.н., проф. (Ташкент)
Ахмедов А.Б. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Сагдиев Х.С. к.т.н. (Ташкент)
Бахадиров Г.А. д.т.н., проф. (Ташкент)	Сирождидинов З. д.т.н., проф. (Самарканд)
Быковцев А.С. д.ф.-м.н., проф. (США)	Старовойтов Е.И. д.ф.-м.н. (Гомель, Беларусь)
Ватин Н.И. д.т.н., проф. (Санкт-Петербург)	Тохилов Ш.М. к.ф.-м.н. (США)
Дусматов О.М. д.ф.-м.н., проф. (Самарканд)	Тухтакузиев А.Т. д.т.н., проф. (Ташкент)
Зубарев А.Ю. д.ф.-м.н., проф. (Екатеринбург)	Ташбалтаев М. д.т.н., проф. (Ташкент)
Исмоилова С.И. д.т.н., проф. (Ташкент)	Худайкулиев Р.Р. к.т.н. (Ташкент)
Казанцев С.П. д.т.н., проф. (Москва)	Хужаев И.К. д.т.н., проф. (Ташкент)
Кузнецов С.В. д.ф.-м.н., проф. (Москва)	Хужаёров Б.Х. д.ф.-м.н., проф. (Самарканд)
Маликов З.М. д.т.н., проф. (Ташкент)	Хусанов Б.Э. д.т.н. (Ташкент)
Мамасаидов М.Т. д.т.н., проф., акад. НАН КР (Ош)	Шардаков И.Н. д.ф.-м.н., проф. (Пермь)
Мардонов Б.М. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Эргашов М. д.т.н., проф. (Ташкент)
Матвеев В.П. д.т.н., проф., акад. РАН (Пермь)	Ювмитов А.С. PhD (Ташкент)
	Юлдашев Ш.С. д.т.н., проф. (Наманган)

Адрес редакции:

*100125, Ташкент, Академгородок, Дурмон йули, 33.
Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз*

Телефон: +99871 262-78-34

Факс: +99871 262-71-52

E-mail: instmechofficial@gmail.com

Технический редактор: Михайлова В.В.

Журнал зарегистрирован Агентством по печати и информации Республики Узбекистан 22.12.2006 г.
Регистрационный номер 0050.

ЗАКОН НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ШЕЛКОВЫХ НИТЕЙ И ИХ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Исмоилова С.И., Султанов К.С., Хазратова Т.Я., Бегманов Р.А.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т. Уразбаева АН РУз Ташкент, Узбекистан
E-mail: ismailova.sabida@mail.ru

Аннотация: В статье предложены математические соотношения, описывающие изменения модуля деформации шелковых нитей при растяжении в зависимости от структурных изменений материала. Предложен новый метод численно-аналитической кусочной аппроксимации экспериментальной кривой изменения модуля деформации при структурных изменениях шелковой нити и доказана его высокая точность. Предложен физически нелинейный упруго-вязкопластический закон деформирования шелковых нитей, учитывающий структурные изменения при растяжении.

Ключевые слова: шелковая нить; композитная нить; прочность; линейная плотность; нелинейная деформация; растяжение; квазистатическое нагружение; модуль деформации; закон деформирования; структурное разрушение.

Введение. Последние десятилетия в механике деформируемого твёрдого тела всё больше уделяется внимания механизмам формирования напряжённо-деформированного состояния материалов на уровне их структуры. В таких материалах как натуральные и искусственные нити, которые в общем можно рассматривать как композитные материалы, напряжённо-деформированное состояние при статических и динамических нагрузках непосредственно зависит от их структурных состояний, и процессы их деформирования являются нелинейными [1–7].

К естественным композитным нитям относятся и шелковые нити. Шелковые нити являются одномерными образованиями, имеющими преобладающими линейные размеры, а остальными размерами в данном случае можно пренебречь. Волокно шелка на 25% состоит из серицина, а на 75% – из фиброина. В составе также находятся жиры, воск и минеральные компоненты. Ширина шелковой нити приблизительно равняется 32 мкм, а в длину она способна доходить до 1.5 километра [7].

В настоящее время управление технологическим процессом ткачества не представляется возможным без моделирования механических характеристик нитей. Анализ литературных источников показал, что сведений о механических характеристиках основных и уточных нитей из натурального шелка в литературе крайне мало [8].

Известно, что на ткацком станке механическому воздействию подвергается одновременно большое количество (до 30000) нитей основы. Естественно, возникает вопрос, как спрогнозировать обрывность основных нитей, если известны результаты разрывных испытаний одиночных нитей. В работе [8] рассматривается такой случай и доказывается, что приведенный к одной нити предел прочности группы нитей меньше средней прочности одиночных нитей. В любом случае, прочности группы нитей определяется через прочности одиночных нитей.

Результаты экспериментов и их анализ.

Для определения законов деформирования шелковых нитей при их растяжении, проведены опыты на стандартной разрывной установке «Statimat C» для измерения разрывных характеристик нитей [13,14]. Данная установка работает с помощью специальной компьютерной программы в квазистатическом режиме, на экране компьютера появляются результаты испытаний в виде таблицы и представляются в виде графиков зависимостей растягивающей силы F , сН от относительной деформации растяжения ε , %. Скорость растяжения шелковых нитей в среднем равнялась 0.015 сек^{-1} , время растяжения в среднем равнялось 5 – 8 сек [13,14].

В нашем случае, были проведены исследования на растяжение шелковой комплексной нити с линейной плотностью $T=2.33 \text{ текс}$ ($1 \text{ текс}=10^{-5} \text{ Н/м}$). Экспериментальные зависимости $F(\varepsilon)$ для данного образца шелка-сырца приведены на рис.1,а и рис.1,б.

Как видно на рис. 1 наблюдается существенная нелинейность зависимости $F(\varepsilon)$, где F – растягивающая сила, в сН ($1 \text{ сН}=10^{-2} \text{ Н}$), ε – продольная деформация удлинения. В начале процесса растяжения зависимость $F(\varepsilon)$ является практически линейной, а дальнейший рост

деформации приводит к резкому отклонению от прямой линии, и далее зависимость $F(\varepsilon)$ – нелинейная (рис.1,*а*). Наблюдаемое в результатах опытов $F(\varepsilon)$ «дребезжание» происходит из-за тонкости по диаметру шелка-сырца, что приводит к микро проскальзыванию в зажимах, что является недостатком зажимных устройств разрывной установки «Statimat C».

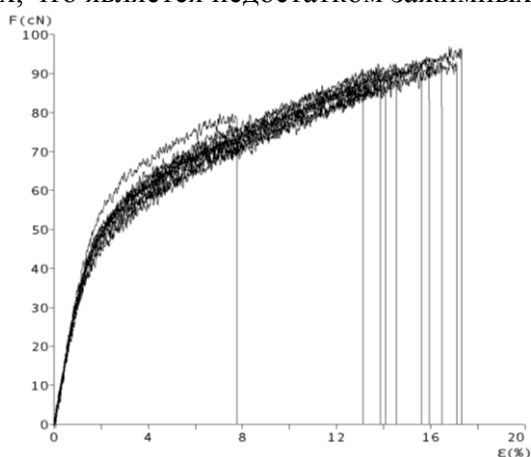


Рис. 1,*а*. Диаграмма зависимости $F(\varepsilon)$ при $T=2.33$ текс

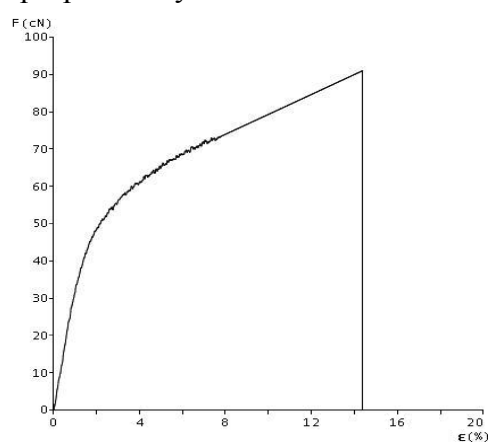


Рис 1,*б*. Усредненная диаграмма зависимости $F(\varepsilon)$ при $T=2.33$ текс

На рис.1,*б* приведена усредненная кривая $F(\varepsilon)$, автоматически полученная в результате сложения всех кривых $F(\varepsilon)$ на рис.1,*а* с программой обработки данных результатов опытов установки. Установлено, что при растяжении шелка-сырца до обрыва, нить испытывает все стадии деформирования: от упругой до пластической, с проявлением вязких свойств нити. Результаты проведенных нами испытаний также показали, что момент разрыва нитей шелка-сырца лежит далеко за пределами упругой зоны.

Из результатов опытов, проведенных на установке «Statimat C» можно определить изменение модуля упругости шелка-сырца при растяжении. Из диаграммы $F(\varepsilon)$ можно определить фактический модуль деформации E_f или секущий модуль деформации E . Фактический модуль деформации определяется проведением касательной линии в каждой точке кривой $F(\varepsilon)$, секущий модуль деформации в каждой точке кривой $F(\varepsilon)$ равняется $E=F/\varepsilon$ [8].

Из диаграммы $F(\varepsilon)$ возможно более точно определить секущий модуль деформации E , поэтому далее рассматривается изменение секущего модуля деформации при растяжении шелковой нити. Зависимости секущего модуля деформации (в дальнейшем модуль деформации) $E(\varepsilon)$, определенные из рис.1,*б*, т.е. изменения модуля деформации при растяжении шелка-сырца с линейной плотностью $T=2.33$ текс приведены на рис.2.

Так как шелковая нить является более однородной, чем хлопковая пряжа и не состоит из отдельных волокон, здесь отсутствует процесс упрочнения нити, наблюдаемый при растяжении хлопковых пряж [15]. Как видно из рис.2, зависимость $E(\varepsilon)$ сложная и нелинейная. Здесь модуль деформации в начале процесса растяжения увеличивается до максимального значения $E=E_m$. Далее идет спад ее значения. На основе зависимости $E(\varepsilon)$ значения $\varepsilon_y=\varepsilon_m$ можно определить более точно. Здесь значение соответствующее значению E_{max} равняется $\varepsilon_y=0.4\%$. Значит, упругая деформация нити при растяжении происходит в интервале $0\leq\varepsilon\leq\varepsilon_y=0.4\%$. Далее шелковая нить, вернее ее композитные составляющие – фиброины начинают структурно разрушаться, следовательно, нить начинает ослабляться, значения модуля деформации интенсивно уменьшаются до $\varepsilon=5-9\%$ (рис.2). Далее интенсивность падения модуля деформации уменьшается, так как, видимо, начинается скольжение между структурными составляющими (фиброинами) нити и сила растяжения нити начинает уравновешиваться в определенной степени с этими внутренними силами трения. В результате модуль деформации уменьшается менее интенсивно. Как показывает анализ результатов серии опытов по растяжению шелковых нитей, приведенных в [17], интенсивность изменения как растягивающей силы F , так и модуля деформации E для разных нитей с разными

линейными плотностями различны. Это связано с особо сложной структурой шелковых нитей.

Согласно данным [1–7] шелковые нити имеют сложную структуру, состоящую из полимерных цепей, имеющих спиральное строение [5]. Эти структурные образования при растяжении деформируются сложным образом. Сначала с увеличением деформации они имеют упругие свойства, а с увеличением продольной растягивающей деформации шелковые нити деформируются упруго-вязкопластически до разрушения. Разрушение или обрыв шелковой нити происходит после достижения критической деформации $\varepsilon = \varepsilon_k$.

Расположение фиброинов в каждой шелковой нити особенное. Поэтому их диаграммы растяжения $F(\varepsilon)$ для разных нитей, даже с одной и той же линейной плотностью, различны. Это обстоятельство объясняет наблюдаемые сложные изменения модуля деформации нити при растяжении.

Результаты опытов по растяжению хлопковой пряжи [15,16] также показывают, что текстильные нити являются одним из сложных разновидностей композитных материалов. Их механические свойства и законы деформирования при растяжении до настоящего времени должным образом не исследованы [15,16].

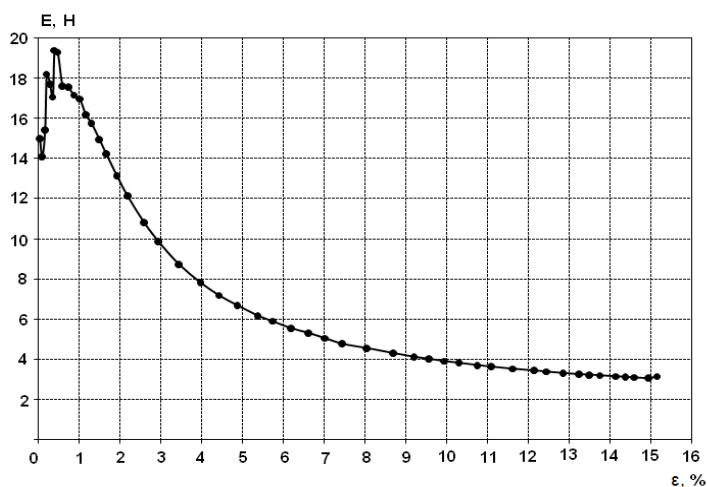


Рис.2. Диаграмма зависимости $E(\varepsilon)$ для шелковой нити $T=2.33$ текс

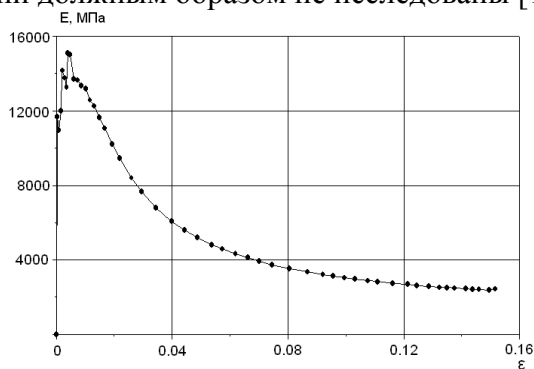


Рис.3. Зависимости $E(\varepsilon)$ для шелковой нити $T= 2.33$ текс

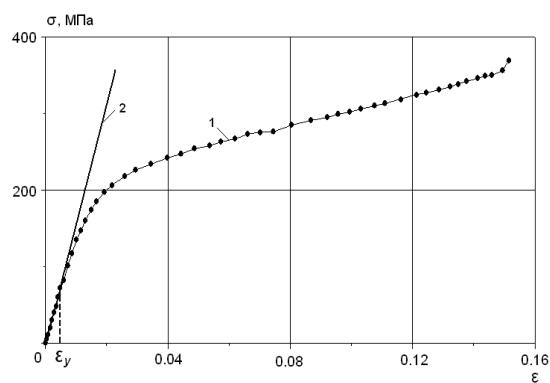


Рис. 4. Зависимости $\sigma(\varepsilon)$ для шелковой нити $T= 2.33$ текс

Зависимость $E(\varepsilon)$ для шелковой нити, где E в МПа, а ε – безразмерная величина приведены на рис.3, а зависимость $\sigma(\varepsilon)$, соответствующая этому случаю, где σ в МПа, а ε – также безразмерная, приведена на рис.4. Здесь значения $\varepsilon_y = 0.005$ (0,5%). Отсюда следует, что зону упругих деформаций необходимо определять именно из зависимостей $E(\varepsilon)$, полученных в результате обработки опытных зависимостей $F(\varepsilon)$ или $\sigma(\varepsilon)$. Из диаграммы $F(\varepsilon)$ или $\sigma(\varepsilon)$, а также из зависимостей $E(\varepsilon)$ можно определить параметры структурных изменений композитных нитей при растяжении.

Определение из результатов опытов параметров структурных изменений и физико-механических характеристик шелковых нитей при деформировании.

Согласно результатам опытов по растяжению шелковой нити, причиной нелинейного характера диаграммы «напряжение-деформация» или законов растяжения является из-

менение их механических характеристик, а в данном случае модуля деформации E при растяжении. Из зависимостей $E(\varepsilon)$, полученных в результате обработки диаграмм $F(\varepsilon)$ определяем следующие физико-механические характеристики шелковых нитей при растяжении: E_N – начальное значение модуля деформации нити; E_m – максимальное значение модуля деформации, достигаемое при $\varepsilon = \varepsilon_m$; E_k – критическое значение модуля деформации при котором происходит обрыв нити при $\varepsilon = \varepsilon_k$.

Таким образом, получаем следующие физико-механические характеристики шелковой нити при их растяжении до обрыва E_N , E_m , ε_m , E_m/E_N , E_k , ε_k , E_m/E_k , t_k , а также F_k или σ_k . Здесь t_k – время обрыва нити (критическое время); F_k – критическая сила, при которой обрывается нить; σ_k – критическое напряжение.

Были проведены опыты [17] по растяжению шелковых нитей с 45-ю линейными плотностями, т.е. в опытах испытывались 45 бобин шелковых нитей с линейными плотностями от $T=1.5$ текс до $T=7.1$ текс. Сводные значения механических характеристик нитей с определенной линейной плотностью приведены в [17].

В нормативных документах (ISO 1973-1995 и O’zDst 993:2011) имеется допуск на относительное отклонение кондиционной линейной плотности от номинальной [14]. Экспериментальные образцы, использованные в опытах по растяжению шелковых нитей, подходят под ассортимент с нормированной линейной плотностью по ГОСТу. Шелковые нити выпускаются с линейной плотностью от 1 до 20 и более текс.

Как видно из результатов экспериментов [17] изменения параметров деформирования с увеличением линейной плотности нити совершенно случайны. Это хорошо видно на рис.5-12. На этих рисунках кривые 1 (если эти изменения можно назвать криволинейными), построены на основе данных [17], т.е. это зависимости: $E_N(T)$ (рис.5), $E_m(T)$ (рис.6), $E_k(T)$ (рис.7), $E_m(T)$ (рис.8), $E_k(T)$ (рис.9), $t_k(T)$ (рис.10), $F_k(T)$ (рис.11), $\sigma_k(T)$ (рис.5-12).

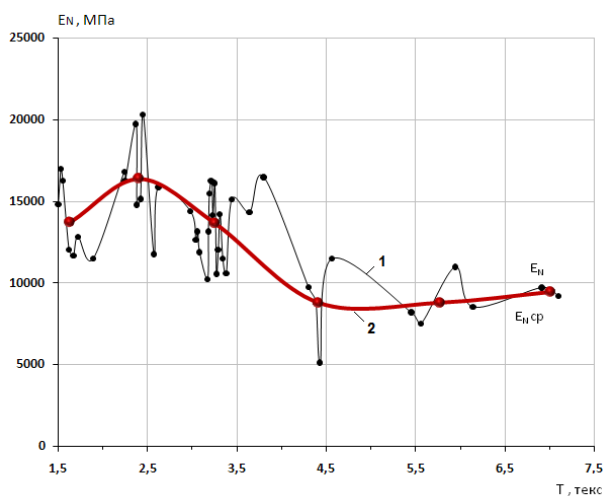


Рис.5. Зависимости E_N от линейной плотности шелковой нити

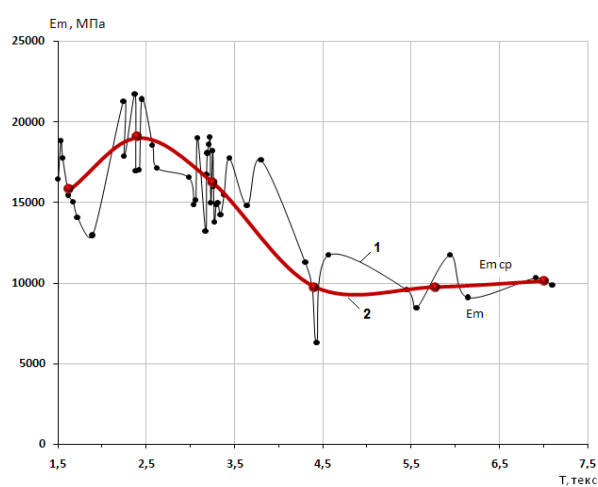


Рис.6. Зависимости E_m от линейной плотности шелковой нити

Из рис.5-12 видно, что изменение параметров E_N , E_m , E_k , ε_m , ε_k , t_k , F_k и σ_k в зависимости от линейной плотности шелковых нитей T совершенно случайно и какой либо разумной аппроксимации не поддается. Аналогичные картины наблюдались при растяжении хлопковой пряжи и синтетической нити [17]. Это говорит о том, что эти механические характеристики нитей не коррелируют с величиной линейной плотности нити.

Отсюда следует, что нет необходимости обрабатывать статистическими методами кривые 1 на рис.5–12. На наш взгляд их нужно усреднять также как графики $F(\varepsilon)$, что на самом деле является одним из простейших способов статистической обработки случайных данных. Для этого 45 единиц линейной плотностей шелковых нитей были разделены на 6 групп с близкими значениями T (текс) [17].

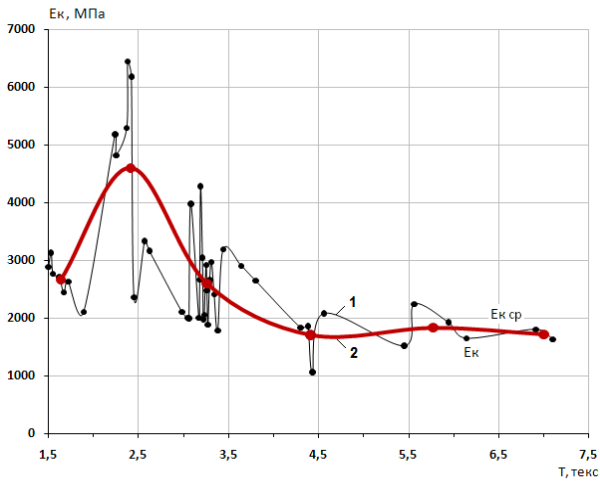


Рис.7. Зависимости E_k от линейной плотности шелковой нити

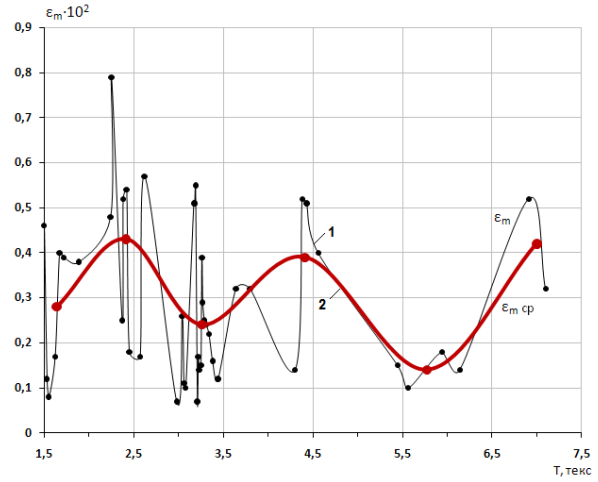


Рис.8. Изменение значения деформации ϵ_m от линейной плотности шелковой нити

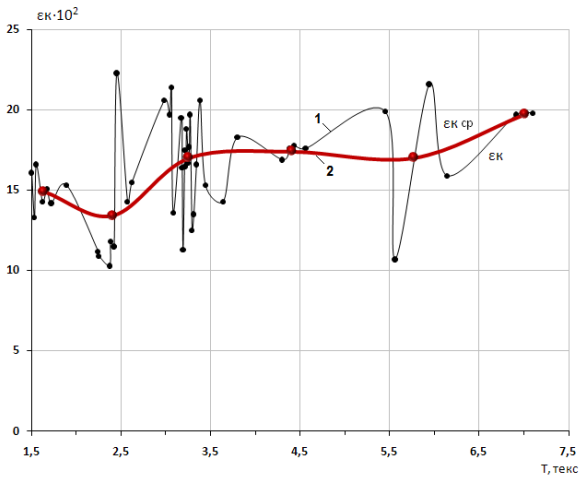


Рис.9. Изменение значения деформации ϵ_k от линейной плотности шелковой нити

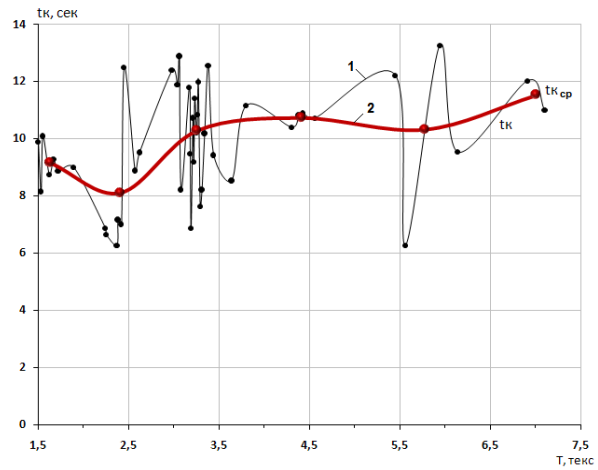


Рис.10. Изменение значения критического времени t_k от линейной плотности шелковой нити

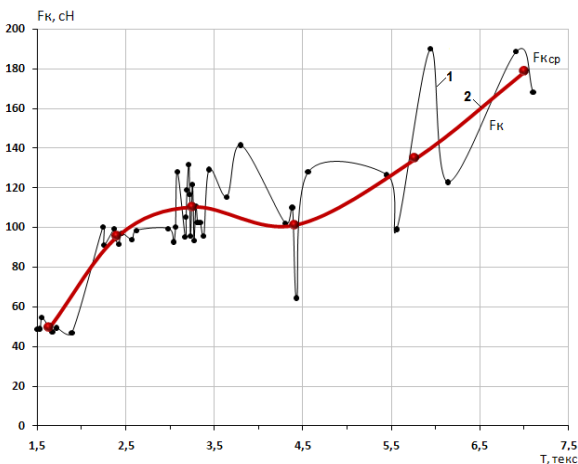


Рис.11. Изменение значения F_k от линейной плотности шелковой нити

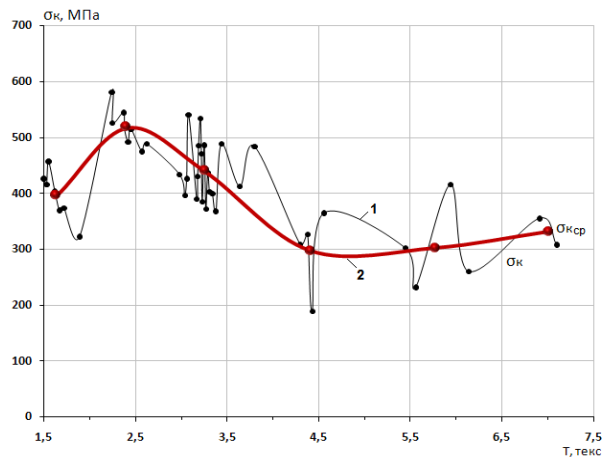


Рис.12. Изменение значения σ_k от линейной плотности шелковой нити

В первую группу вошли нити с линейной плотностью $T=1.5$ текс по $T=1.89$ текс; во вторую группу от $T=2.24$ текс до $T=2.62$ текс; в третью группу от $T=2.98$ текс до $T=3,8$ текс; четвертая группа от $T=4.3$ текс до $T=4.5$ текс; пятая группа от $T=5.45$ текс до $T=6.14$ текс и шестая группа от $T=6.19$ текс до $T=7.1$ текс.

Усреднив значения параметров $E_N, E_m, E_k, \varepsilon_m, \varepsilon_k, t_k, F_k$ и построив их зависимости от средних фактических линейных плотностей по группам, получим зависимости $E_{Ncp}(T_{cp}), E_{mcp}(T_{cp}), E_{kcp}(T_{cp}), \varepsilon_{mcp}(T_{cp}), \varepsilon_{kcp}(T_{cp}), t_{kcp}(T_{cp}), F_{kcp}(T_{cp})$ (кривые 2 на рис.5–12). Полученные изменения средних значений механических характеристик в зависимости от линейной плотности уже можно аппроксимировать нелинейными функциями математически корректным образом.

Как видно из результатов обработки экспериментальных диаграмм $F(\varepsilon)$ [17], заранее более или менее достоверным образом определять значения механических характеристик нелинейного деформирования нитей $E_N, E_m, E_k, \varepsilon_m, \varepsilon_k, t_k, F_k$ и σ_k не проводя конкретных опытов, невозможно. Однако значения этих параметров для образцов нитей даже из одной бобины отличаются на 10–20% и больше. Поэтому, на наш взгляд, для приблизительной оценки прочности нити (в принципе все эмпирические формулы по оценке прочности нити являются приблизительными) ориентировочные значения перечисленных механических характеристик нити можно определить, используя осредненную кривую на рис.5–12.

Для точной оценки прочности шелковой нити с фактической линейной плотностью, необходимо провести соответствующие опыты по растяжению и должным образом определить для данной нити значения механических характеристик $E_N, E_m, E_k, \varepsilon_m, \varepsilon_k, t_k, F_k$ и σ_k . Полученные результаты показывают, насколько сложными являются композитные нити, на примере шелковых нитей. Подобные результаты для синтетических нитей также приведены в [17]. Отсюда следует, отмеченные в [18–21] задачи построения физически нелинейных законов деформирования композитных нитей, тем более материалов, являются сложной, но актуальной проблемой.

Численно-аналитический метод кусочной аппроксимации экспериментальных кривых.

Для аппроксимации экспериментальной кривой предлагается достаточно простой метод. Данный метод реализуется численно на ЭВМ. Суть метода состоит в следующем.

Для аналитического описания экспериментальной кривой убывающей или нарастающей относительно первой точки между точками i и $i+1$, например для нелинейной функции $E(\varepsilon)$, предлагается простое соотношение

$$E(\varepsilon) = E_i \exp(\beta_i I_{Si}), \quad (1)$$

$$\beta_i = \ln(E_{i+1}/E_i), \quad (2)$$

$$I_{Si} = \frac{\varepsilon_T - \varepsilon_i}{\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i}, \quad (3)$$

где β_i – безразмерный показатель степени, являющийся параметром, характеризующим интенсивность изменения модуля деформации E на отрезке $i, i+1$; I_{Si} – параметр, характеризующий структурное разрушение композитного материала при деформировании; E_i – значение модуля деформации в точке i , а E_{i+1} – в точке $i+1$; ε_i – значение деформации в точке i , а ε_{i+1} в точке $i+1$; ε_T – текущее значение деформации в любой точке на отрезке $i, i+$, E_T – текущее значение модуля деформации, соответствующее значению ε_T .

Значение E_T определяется из соотношения (1) при соответствующих значениях ε_T и I_{Si} . Значение β_i на отрезке $i, i+1$ постоянное, не меняется.

Формула (2) следует из (1) при предельных значениях модуля деформации. Например, при $\varepsilon_T = \varepsilon_{i+1}$ из (1) получим (2).

Экспериментальное соотношение (1) удобно тем, что при его использовании значения E в точках $i, i+1$ точно совпадают с опытными (вернее заданными) значениями. Вместо (1) можно использовать линейную функцию. Однако, в этом случае, необходимо определять два параметра уравнения, что не очень удобно при численных вычислениях. В случае уравнения (1) такой параметр всего один – β , что является более выгодным.

Алгоритм создания теоретической кривой на основе аналитической функции (1) и соотношений (2), (3) очень простой. Задается определенное количество значений E для определенных точек. Эти значения – экспериментальные, т.е. определенные из результатов экспериментов. Количество этих точек и, соответственно, количество значений E в этих точках может быть произвольным. Далее задается закон изменения деформации при растяжении нити, соответствующий заданному закону в опытах. Значение деформации между точками i и $i+1$, т.е. на отрезке $i, i+1$ могут быть определены с любым шагом. Соответственно на отрезке $i, i+1$ значений текущей деформации ε_T может быть сколько угодно, следовательно, при каждом значении ε_T по формулам (1)–(3) определяется значение E_T между E_i и E_{i+1} . По значениям E_T строится функция $E_T(\varepsilon_T)$ и далее для всей экспериментальной кривой $E(\varepsilon)$ соответствующая теоретическая кривая. Сопоставляя экспериментальную и теоретическую кривые, оцениваем точность аппроксимации.

Рассмотрим результаты аппроксимации. Для этого закон изменения деформации задаем в виде

$$\varepsilon_T = \varepsilon_k \sin(\pi/2t_k), \quad (4)$$

где t – время, изменяющееся от нуля до $t_k(0 \leq t \leq t_k)$; π – число Пифагора. Значение деформации $\varepsilon = \varepsilon_T$ определяем в диапазоне $0 \leq \varepsilon_T \leq \varepsilon_k$ с любым заданным шагом Δt . Значение E определяется по вышеописанному алгоритму с использованием соотношений (1) – (3) численно при $\varepsilon_k = 0,1612$ и $t_k = 9.8$ сек.

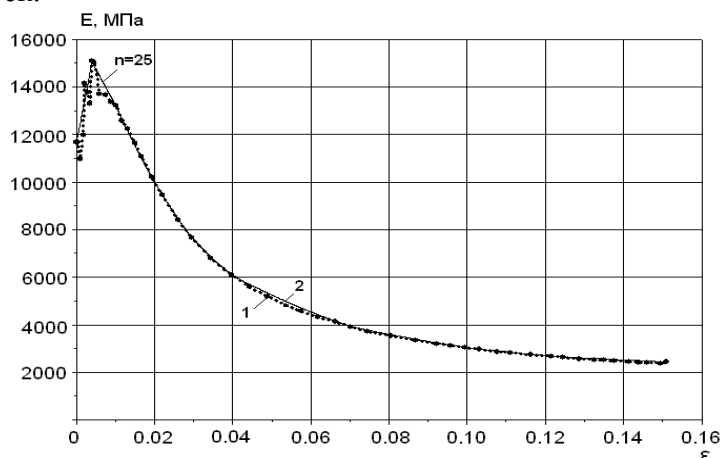


Рис. 13. Опытные и теоретические зависимости $E(\varepsilon)$ для шелковой нити при $T=2,33$ текс

На рис.13 приведены результаты аппроксимации для шелковой нити. Здесь кривая 1 – эксперимент, а кривая 2 – теория (результаты расчетов), когда количество заданных точек n равно 4, т.е. начальное значение E_N , максимальное значение E_m , минимальное значение E_s (второй экстримум), критическое значение E_k и соответствующие им значения ε , $\varepsilon_N=0$, ε_m , ε_s и ε_k . Необходимо отметить, что в зависимости от того, нарастает или убывает между точками экспериментальная зависимость $E(\varepsilon)$, знак коэффициента β меняется. При нарастании $\beta > 0$, а при убывании $\beta < 0$ в соответствии с уравнением (2). Во всех отрезках I_{S_i} – параметр структурного разрушения изменяется от нуля до единицы ($0 \leq I_{S_i} \leq 1$) согласно соотношению (3).

Как видно из рис.13, в случае $n=4$ теоретическая кривая 2 приблизительно аппроксимирует экспериментальную кривую 1. Они на некоторых участках заметно расходятся.

Точность описания в этом случае 80–90%, т.е. с ошибкой 10–20%. Когда количество заданных точек $n=25$ (количество точек в экспериментальной кривой 1 всего 50 ($n=50$), точность аппроксимации повышается до 98%, т.е. с 2% -ной ошибкой. Как будет показано далее в случаях, когда задаются все 50 точек ($n=50$), точность аппроксимации получается 100%. Предлагаемый метод численно-аналитической кусочной аппроксимации позволяет

описать любую экспериментальную кривую $E(\varepsilon)$ с любой заданной точностью, вплоть до 100%-ного совпадения.

Таким образом, очень простые соотношения (1)–(3) являются математическими соотношениями с какой угодно точностью описывающими изменения физико-механических характеристик при структурном разрушении композитных материалов, в частности хлопковых, шелковых и синтетических нитей. Эти соотношения, как показано выше, можно применять при использовании предлагаемого метода численно-аналитической аппроксимации любой экспериментальной кривой $E(\varepsilon)$, полученной в опытах.

Расчетные значения модуля деформации или значения E , определенные из уравнений (1)–(3) будут использованы в законах деформирования нитей при растяжении, при определении их напряженно-деформированного состояния, при статических и динамических нагружениях и, в конечном итоге, при оценке и прогнозе прочности композитных нитей.

Построение законов нелинейного деформирования шелковых нитей с учетом их структурных изменений при статических нагружениях и сопоставление их с результатами экспериментов.

Законы деформирования композитных материалов на примере шелковых нитей, безусловно, должны учитывать вязкие свойства нитей при нагружении. Это обстоятельство общеизвестно. В настоящее время существует ряд функциональных математических моделей вязкоупругих, вязкопластических и упруго-вязкопластических сред, в том числе интегро-дифференциальная наследственная модель. Также известно, что построенная нелинейная модель деформирования композитных материалов с учетом их структурных изменений при деформировании, в частных случаях должна переходить в линейную модель деформирования. Наиболее подходящей и удовлетворяющей эти требования является модель стандартно-линейного тела.

Модель стандартно-линейного тела, являющаяся в определенном смысле комбинацией модели Кельвина-Фойгта и Максвелла, которая предполагает следующую связь между напряжениями и деформациями

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \mu\varepsilon = \frac{d\sigma}{E_D dt} + \mu \frac{\sigma}{E_S}, \quad (5)$$

где E_D – динамический модуль деформирования (упругости); E_S – статический модуль деформирования (упругости); μ – параметр вязкости, имеющий размерность сек^{-1} и связанный с коэффициентом вязкости η соотношением

$$\mu = \frac{E_D E_S}{(E_D - E_S) \eta} \quad (6)$$

Модель стандартно-линейного вязкоупругого тела (5) описывает и ограниченную ползучесть, и ограниченную релаксацию и в этом смысле является более совершенной по сравнению с другими моделями, лучше отражающей деформационные свойства реальных деформируемых тел, обладающих вязкими свойствами.

Таким образом, для описания процесса деформирования шелковых нитей наиболее адекватной является модель вязкоупругого (стандартно-линейного) тела с учётом переменности параметров модели при деформировании

$$E_D^{-1}(\varepsilon) \frac{d\sigma}{dt} + E_S^{-1}(\varepsilon) \mu(\varepsilon) \sigma = \frac{d\varepsilon}{dt} + \mu(\varepsilon) \varepsilon, \quad (7)$$

где $E_D(\varepsilon)$, $E_S(\varepsilon)$ – функции динамического и статического растяжения шелковой нити, которые характеризуют изменения этих модулей, в зависимости от значения деформации; $\mu(\varepsilon)$ – функция параметра вязкости нити, зависящая также от деформации; σ – растягивающая напряжения; ε – деформация; t – время.

Параметр вязкости μ с коэффициентом вязкости η нити в этом случае связаны соотношением

$$\mu(\varepsilon) = \frac{E_D(\varepsilon)E_S(\varepsilon)}{[(E_D(\varepsilon) - E_S(\varepsilon))\eta(\varepsilon)]}. \quad (8)$$

Для вязкоупругих тел, состояние которых описывается уравнением (7) известно соотношение

$$E_D(\varepsilon) = \delta E_S(\varepsilon). \quad (9)$$

В общем случае значение δ зависит от скорости деформирования нити, определяемое соотношением [15]

$$\delta = \delta_N + (\delta_m - \delta_N) \left(\frac{d\varepsilon}{\mu(\varepsilon)dt} \right)^\omega, \quad (10)$$

где $\mu(\varepsilon) = \mu_N \exp(\varepsilon \ln(\delta_m)/\varepsilon_k)$; μ_N – начальное значение параметра вязкости; $\omega=0.1$; δ_N – начальное значение δ ; δ_m – максимально возможное значение δ для нити. Значения этих параметров определяются из результатов экспериментов.

Для описания процесса деформирования шелковых нитей при растяжении с учётом пластических свойств материала предлагается закон разгрузки в виде

$$\frac{d\sigma}{E_R dt} = \frac{d\varepsilon}{dt} \text{ при } d\varepsilon/dt < 0, \quad (11)$$

где E_R – модуль разгрузки.

Значение модуля разгрузки в (11) также зависит от процесса деформирования нити. Согласно результатам опытов [17], процесс деформирования в диапазоне $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_m$ принимаем полностью обратимым, в диапазоне $\varepsilon_m < \varepsilon \leq \varepsilon_S$ – частично обратимым, а при $\varepsilon > \varepsilon_S$ – необратимым.

Исходя из этих состояний, модуль разгрузки меняется по уравнениям

$$E_R = E_D \text{ при } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_m, \quad (12)$$

$$E_R = E_D \exp(\varphi(I_S - 1)) \text{ при } \varepsilon_m < \varepsilon \leq \varepsilon_S, \quad (13)$$

$$E_R = E_D \exp\left(\varphi\left(\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_*} - 1\right)\right) \text{ при } \varepsilon > \varepsilon_S, \quad (14)$$

$$\varphi = \ln(K_R) \varepsilon_m / \varepsilon_S, \quad I_S = \varepsilon / \varepsilon_m, \quad (15)$$

где $K_R = E_R / E_D$ – коэффициент, характеризующий максимально возможное значение модуля разгрузки E_R .

Уравнения (7) – (15) совместно с определяющими соотношениями (1) – (3) являются физически нелинейным упруго-вязкопластическим законом деформирования композитной нити при растяжении с учётом скорости растяжения, разгрузки на любом этапе деформирования.

Используя результаты аппроксимации экспериментальной зависимости $E(\varepsilon)$, приведенной на рис.13 и соотношений (1) – (15), построим диаграмму $\sigma(\varepsilon)$ расчетным путем.

Изменения деформации при этом происходит по уравнению (4). Шаг вычислений деформации $\varepsilon = \varepsilon_T$ по (4) равняется $\Delta t = 0,001$. Критическое время или продолжительность процесса растяжения нити, согласно результатам опытов с синтетической нитью, линейной плотностью $T = 2,33$ текс равнялось $t_k = 6,28$ сек, а критическая деформация $\varepsilon_k = 0,103$ [17]. Это означает, что в расчетах в процессе растяжения нити, значений модуля деформации E по уравнениям (1)–(3) и напряжения растяжения по уравнениям (7)–(15) имели около 10 000 (9 800) значений.

На рис. 14 приведены результаты аппроксимации исходной экспериментальной зависимости $\sigma(\varepsilon)$ для шелковой нити при $T= 2,33$ текс.

Здесь кривая 1 – эксперимент, а кривая 2 – теория при $n=25$. Как видно из рис.14, даже при плохой аппроксимации кривой $E(\varepsilon)$ (она является, как отмечено в [17] производной от $\sigma(\varepsilon)$) исходная экспериментальная кривая $\sigma(\varepsilon)$, аппроксимируется с точностью 98%, т.е. совпадение экспериментальной и теоретической кривой для шелковой нити со сложным изменением модуля деформации $E(\varepsilon)$ (рис.13) 98%. Увеличивая количество точек на опытной кривой $E(\varepsilon)$ до $n=50$, тоже можно получить совпадения опытных и расчетных кривых со 100%-ной точностью.

Результаты сопоставлений теоретических расчетов с экспериментом, приведенные на рис.13–14 показывают, что предложенный новый метод численно-аналитической кусочной аппроксимации экспериментальных кривых и простейшие физически нелинейные уравнения деформирования композитных материалов (7)–(15) вполне точно описывают нелинейный процесс деформирования композитных (шелковых и синтетических) нитей при растяжении.

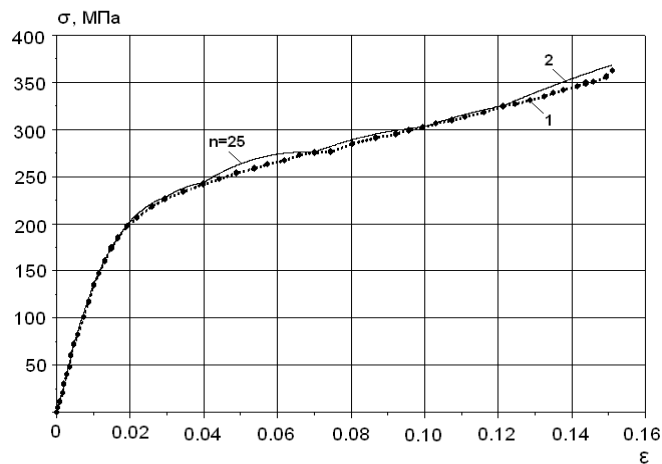


Рис.14. Опытные и теоретические зависимости $\sigma(\varepsilon)$ для шелковой нити при $T= 2.33$ текс

Предложенные упруго-вязкопластические законы растяжения нити (7)–(15) пригодны не только при статических нагружениях композитных материалов, также они применимы при динамических (циклических) нагружениях.

Параметрический анализ построенных законов нелинейного деформирования композитных материалов и определение их основных характеристик.

Для проведения анализа предложенного упруго-вязкопластического закона деформирования композитных нитей при растяжении значения деформации задаются, т.е. они определяются по уравнению (4) с известными значениями ε_k и t_k для рассмотренных шелковых нитей. Далее по уравнениям (7)–(15) определяются значения напряжения σ при известной деформации. Определение значения напряжения осуществляется численно, заменяя уравнения (7) разностным уравнением. Вычисление осуществлено на ЭВМ с использованием программного комплекса Delphi.

В качестве исходных данных для шелковой нити использованы: $\varepsilon_k=0.103$; $\varepsilon_k =0.25$; $E_N=19746.8$ МПа; $E_m=21765.0$ МПа; $E_k=5287.8$ МПа; $T=2.33$ текс; $K_R=100$ [17].

Во всех случаях шаг вычислений $\Delta t = 0.001$. Значения параметров нелинейного упруго-вязкопластического закона (7)–(15) приняты: $\gamma_N=E_{DN}/E_{SN}=1.1$; $\gamma_m=E_{Dm}/E_{Sm}=4$ и $\mu_N=100$ сек⁻¹. В разных вариантах расчета значения этих параметров варьировались, о чем отдельно будет оговорено. Очевидно, во всех случаях значения $\varepsilon_N=0$.

Для проведения расчетов необходимо определить или приблизительно оценить значения коэффициента η или параметра вязкости μ , входящих в уравнения (7), (8). Согласно уравнению (8) эти параметры также являются функциями изменения структуры шелковой

нити, следовательно, они имеют начальные μ_N, η_N значения для неразрушенной нити, и конечное значение μ_k, η_k – для полностью структурно разрушенной нити. При этом, значения объемной вязкости материала нити, в процессе структурного разрушения нити, очевидно, растёт, тогда согласно уравнению (8) значение μ убывает. К сожалению, в настоящее время не имеется никаких опытных данных по изменению значений η или μ при изменении деформации растяжения нити от $\varepsilon=\varepsilon_N=0$ до $\varepsilon=\varepsilon_k$.

Предположим, что параметр вязкости μ уменьшается в этом диапазоне $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_k$, по экспоненциальному закону

$$\mu_T = \mu_N \exp(-\alpha \varepsilon_T / \varepsilon_k), \quad (16)$$

где α – безразмерный коэффициент, характеризующий интенсивность убывания значения параметра вязкости μ .

При $\varepsilon_T = \varepsilon_k$ из (16) получим

$$\mu_T = \mu_k = \mu_N e^{-\alpha}, \quad (17)$$

отсюда

$$\alpha = \ln(\mu_N / \mu_k) \quad (18)$$

Если предположить, что $\mu_N / \mu_m = \gamma_m$, то параметр вязкости меняется также как модуль деформации, так как они связаны уравнением (8), то есть, при $E_D = \gamma E_S$ получим

$$\eta = \frac{E_D E_S}{(E_D - E_S) \mu} = \frac{\gamma E_S}{(\gamma - 1) \mu} \quad (19)$$

Из соотношения (19), задавая значения γ при различных значениях μ , можно оценить диапазон изменения коэффициента вязкости η . При изменении значения μ от 1 с^{-1} до 10^4 с^{-1} , η меняется от $23353.2 \text{ МПа} \cdot \text{с}$ до $2.3 \text{ МПа} \cdot \text{с}$. Округляя значения вязкости, получим $\eta = 2.3 \cdot 10^4 \div 2.3 \text{ МПа} \cdot \text{с}$. По справочным данным объемная вязкость стекла равна $\eta = 10^5 - 10^6 \text{ МПа} \cdot \text{с}$.

Сопоставление этих данных показывает, что для шелковых нитей начальное значение η можно принять $\eta = 10^4 - 10^5 \text{ МПа} \cdot \text{с}$. Тогда диапазон изменения параметра вязкости будет $\mu_N = 10^2 - 10^3 \text{ с}^{-1}$, а $\mu_k = 1 - 10 \text{ с}^{-1}$. Исходя из этих соображений, в расчетах приняты: $\gamma_N = 1.1$; $\gamma_m = 2$ и 4 ; $\mu_N = 100, 10, 1 \text{ с}^{-1}$. Отметим, что эти данные довольно приблизительные. Точные значения этих параметров необходимо определять из результатов соответствующих экспериментов.

Таким образом, в теоретических расчетах приблизительно приняты следующие значения остальных параметров для шелковых нитей: $\gamma_N = E_{DN} / E_{SN} = 1.1$; $\gamma_m = E_{Dm} / E_{Sm} = 1.1; 2; 4$ и $\mu_N = 1, 10, 100, 1000 \text{ сек}^{-1}$.

Рассмотрим результаты расчетов по параметрическому анализу предложенного нелинейного закона.

На рис.15 показано изменение деформации по времени для шелковой нити. Деформация в начале процесса растяжения развивается линейно, а в конце процесса небольшое отклонение от линейности, также как в опытах. Соответствующее этому изменению деформации изменение напряжения приведено на рис.16. Напомним, что во всех случаях рассмотрена шелковая нить с линейной плотностью $T = 2.33 \text{ текс}$.

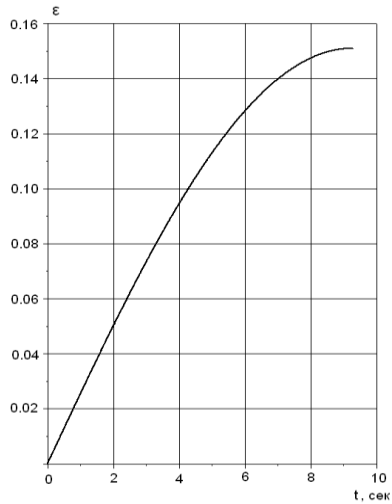


Рис.15. Теоретическая зависимость $\varepsilon(t)$ для шелковой нити

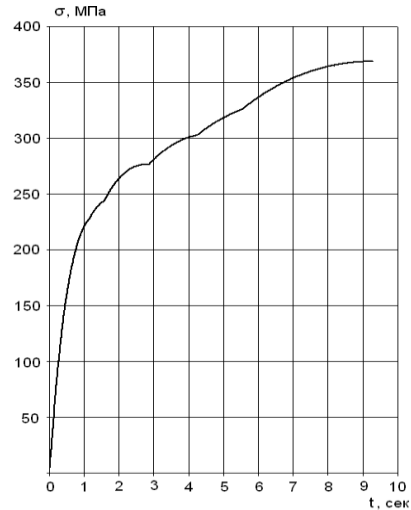


Рис.16. Теоретическая зависимость $\sigma(t)$ для шелковой нити

На рис.17 приведены результаты расчетов для шелковой нити. Здесь кривые 1–3 относятся соответственно к значениям $\mu_N=100, 1000, 10\,000 \text{ сек}^{-1}$, где штриховая линия – эксперимент. Кривая 4 получена при $\mu_N=10 \text{ сек}^{-1}$, а для кривой 5 $\mu_N=1 \text{ сек}^{-1}$. Здесь также при $\mu_N=100 \text{ сек}^{-1}$ (кривая 1) наблюдается полное совпадение экспериментальных и теоретических зависимостей $\sigma(\varepsilon)$.

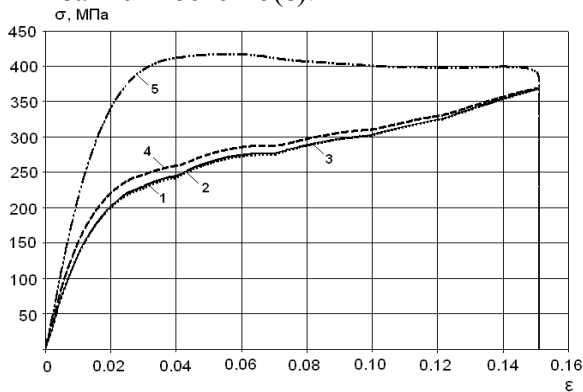


Рис.17. Зависимости $\sigma(\varepsilon)$ для шелковой нити при изменении коэффициента вязкости материала

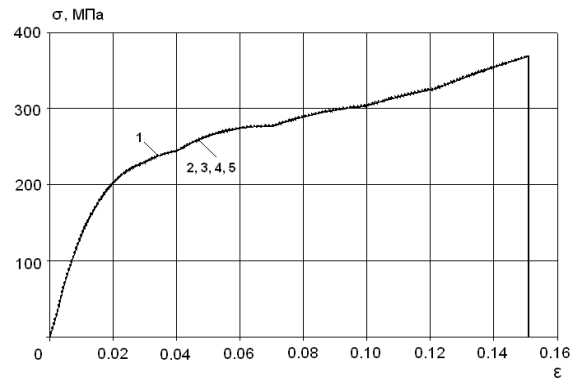


Рис.18. Изменение зависимости $\sigma(\varepsilon)$ при изменении модулей растяжения шелковой нити

На рис.18 приведены зависимости $\sigma(\varepsilon)$, полученные при значениях $\gamma_N=1.02$ и 1.1 ; $\gamma=1.1$; 1.5 ; 2 и 4 . Согласно уравнению (10) текущее значение γ зависит от скорости деформирования нити при растяжении. В данном случае скорость растяжения является постоянной. Поэтому изменения значений γ_N и γ_m на ход кривых $\sigma(\varepsilon)$ не влияет.

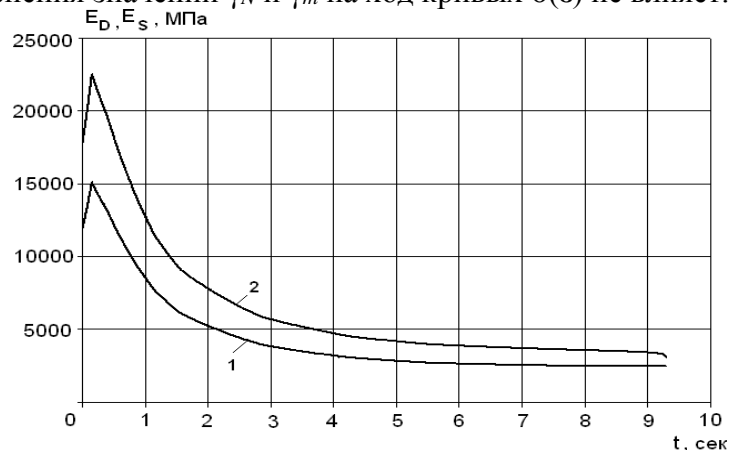


Рис.19. Зависимости $E_D(t)$ и $E_S(t)$ при растяжении шелковой нити

На рис.19 приведены изменения статических E_S и динамических E_D модулей деформирования шелковой нити при растяжении. Согласно соотношению (9) они изменяются в зависимости от деформации пропорционально друг относительно друга.

Приведенные выше результаты показывают, что в целом предложенный нелинейный упруго-вязкопластический закон, определяемый соотношениями (7)–(15) достаточно хорошо описывает процесс нелинейного деформирования шелковых нитей при растяжении. Это обстоятельство подтверждает применимость предложенного физически нелинейного закона деформирования в прикладных задачах прочности композитных материалов.

Заключение.

Полученные результаты и их анализ позволяют сформулировать следующие выводы:

1. Построены математические соотношения, описывающие изменения модуля деформации шелковых нитей при растяжении в зависимости от структурных изменений материала.

2. Предложен физически нелинейный упруго-вязкопластический закон деформирования шелковых нитей, учитывающий структурные изменения при растяжении.

3. Численным параметрическим анализом предложенного закона показана его устойчивость к изменению параметров модели и исходных данных и применимость в прикладных задачах прочности шелковых нитей.

4. Сопоставлением экспериментальных и теоретических диаграмм напряженно-деформированного состояния показано их хорошее совпадение, что подтверждает жизнеспособность предложенных нелинейных законов, описывающих нелинейные деформационные процессы шелковых нитей.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бузов Б.А., Алыменкова Н.Д. Материаловедение в производстве изделий легкой промышленности (швейное производство). М.: Издательский центр «Академия», 2008. – 448 с.
- [2] Кукин Т.Н., Соловьёв А.Н., Кобляков А.И. Текстильное материаловедение (волокно и нити). М.: Легпромбытиздат, 1989, – 350 с.
- [3] Мортон В.Е., Херл Дж.В.С. Механические свойства текстильных волокон. М.: Легкая индустрия, 1971, – 184 с.
- [4] Херл Дж.В.С., Петерс Р.Х. Структура волокон. М.: Химия, 1969, – 400 с.
- [5] Усенко В.А. Шелкокручение. М.: Легкая индустрия, 1969, – 320 с.
- [6] Рубинов Э.Б. Справочник по шелкосырью и кокономотанию. М.: Легкая индустрия, 1971, – 376 с.
- [7] Рубинов Э.Б. Технология шелка (кокономотание). М.: Легкая и пищевая промышленность, 1981, – 392 с.
- [8] Киселев А.М., Рудовский П.Н., Киселев М.В., Ишматов А.Б. Моделирование разрывной нагрузки трощеных нитей натурального шелка численными методами // Технология текстильной промышленности. 2013, №4 (346), С.38-41.
- [9] Кадыров Ш.А., Махаматханов А.М., Ибрагимов И.И., Латипов К.Ш. Сушка живых шелковистых коконов пульсационным способом. Ташкент: Ўзбекистон, 1994, – 104 с.
- [10] Алимова Х.А., Усенко В.А. Ипакни эшиш. Ташкент: Шарк, 2001, – 272 с.
- [11] Бурнашев Р.З., Алимова Х.А., Аблаев Р.О. Нетрадиционные способы кручения нитей и проблемы их реализации. Ташкент: Фан, 1994, – 310 с.
- [12] Алимова Х.А. Безотходная технология переработки шелка. Ташкент: Фан, 1994, – 312 с.
- [13] Жерницын Ю.Л., Гуламов А.Э. Методическое указание по выполнению научно-исследовательских и лабораторных работ по испытанию продукции текстильного назначения. Ташкент, 2007, – 96 с.
- [14] O'zDst 993:2011. Шелк-сырец. Технические условия.
- [15] Исмаилова С.И., Султанов К.С. Нелинейные законы деформирования композитных нитей при растяжении // Известия РАН. Механика твердого тела. 2015, №5, С.116-130.
- [16] Султанов К.С., Исмаилова С.И., Туланов Ш.Э. Композитные нити и закономерности их деформирования с учётом вязких и пластических свойств при растяжении // Проблемы механики. 2014, №3-4, С. 32-37.
- [17] Научный отчет по контракту №9-14 ФПФИ АН РУз. Процессы нелинейного деформирования композитных материалов и определения их закономерностей из результатов опытов. Ташкент, 2015, – 193 с.
- [18] Щербаков В.П. Прикладная механика нити. М.: МГТУ им. А.Н.Косыгина, 2001, – 301 с.
- [19] Щербаков В.П., Скуланова Н.С. Основы теории деформирования и прочности текстильных материалов. М.: МГТУ им. А.Н.Косыгина, 2008. – 332 с.
- [20] Щербаков В.П. Прикладная и структурная механика волокнистых материалов. М.: Тисо-Принт, 2013. – 304 с.
- [21] Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. М.: Изд. МГУ, 1984. – 336 с.

Дата поступления
24.05.2022

Исмоилова С.И., Султанов К.С., Хазратова Т.Я., Бегманов Р.А. Ипак ипларининг ночизикли деформацияла-ниш қонуни ва унинг параметрик таҳлили

Аннотация: Мақолада материалнинг структуравий ўзгаришларига қараб, чўзиш пайтида ипак ипларининг де-формация модулидаги ўзгаришларни тавсифловчи математик муносабатлар таклиф этилган. Таклиф этилган нисба-ларнинг экспериментал натижаларга мувофиқлиги кўрсатилган. Ипак ипларининг структуравий ўзгаришлари билан деформация модулининг ўзгаришини тажриба эгри чизигини сонли-аналитик қисмларга бўлиб яқинлаштиришининг янги усули таклиф қилинган ва унинг юқори аниқлиги исботланган. Тарангликдаги структуравий ўзгаришларни ҳисобга олган ҳолда, ипак иплар учун физик ночизикли эластик ёпишқоқ пластик деформация қонуни таклиф этилди.

Калим сўзлар: ипак ип; композит материал; куч; чизикли зичлик; чизикли бўлмаган деформация; чўзиш; квази-статик юклаш; деформация модули; деформация қонуни; структуравий бузилиш.

Ismoilova S.I., Sultanov K.S., Khazratova T.Ya., Begmanov R.A. Law of nonlinear deformation of silk threads and their parametric analysis

Abstract: The article proposes mathematical relationships that describe changes in the modulus of deformation of silk threads during stretching, depending on the structural changes in the material. The adequacy of the proposed ratios to the exper-imental results is shown. A new method of numerical-analytical piecewise approximation of the experimental curve of the change in the deformation modulus with structural changes in the silk thread has been proposed and its high accuracy has been proved. A physically nonlinear elastic-viscoplastic deformation law for silk threads is proposed, taking into account structural changes during stretching.

Keywords: silk thread; composite material; strength; linear density; non-linear deformation; stretching; quasi-static loading; deformation modulus; deformation law; structural destruction.

УДК 532.546

ОБРАТНАЯ КОЭФФИЦИЕНТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ МОДЕЛИ ФИЛЬТРАЦИИ УОРРЕНА-РУТА ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕТОКА И ПРОНИЦАЕМОСТИ

^{1,3}Хужаёров Б.Х., ²Холияров Э.Ч.

¹Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан

²Термезский государственный педагогический институт, Термез, Узбекистан

³Институт математики АН РУз им. В.И.Романовского, Ташкент, Узбекистан

E-mail: b.khuzhayorov@mail.ru, e.kholiyarov@mail.ru

Аннотация: В данной работе поставлена и численно решена обратная задача определения коэффициентов пе-ретока и проницаемости для модели Уоррена-Рута фильтрации однородной жидкости в трещиновато-пористых сре-дах. Установлено, что при различных нулевых приближениях эти коэффициенты восстанавливаются за шесть – один-надцать итераций. По мере удаления начального приближения от точки равновесия итерационный процесс замедляется. Показана эффективность используемого здесь метода идентификации при решении коэффициентных обратных задач для уравнений фильтрации однородной жидкости в трещиновато-пористых средах.

Ключевые слова: метод идентификации; обратная задача; фильтрация жидкости; трещиновато-пористая среда; функционал невязки.

Введение. Теория фильтрации однородных жидкостей в трещиновато-пористых сре-дах (ТПС) была рассмотрена в [1, 2]. В соответствии с этой теорией ТПС представляются как два сосуществующих взаимопроникающих континуума (среды), обладающих контраст-ными емкостными и фильтрационными характеристиками. Первая среда – система трещин, а вторая – пористые блоки. Уравнения движения и сохранения массы записываются неза-висимо для каждой среды, т.е. в каждой точке вводятся по две проницаемости, пористости, скорости фильтрации и два давления. Переток жидкости из одной среды в другую учиты-вается введением функции источника-стока в уравнениях сохранения массы. Предполага-ется, что пласт однороден, изотропен и течение в обеих средах происходит в пределах спра-ведливости закона Дарси. Жидкость слабо сжимаема, обе среды упругие, происходит обмен жидкостью между трещинами и пористыми блоками, и масса протекающей из блоков в тре-щины жидкости подчиняется соотношению

$$q = \alpha_0 \frac{\rho_0}{\mu} (p_2 - p_1), \quad (1)$$

где α_0 – безразмерный коэффициент, зависящий от геометрических характеристик пори-стых блоков; ρ_0 – плотность при первоначальном давлении p_0 . При этих предпосылках урав-нения фильтрации в одномерном плоскопараллельном случае принимают следующий вид:

$$\begin{cases} \beta_1^* \frac{\partial p_1}{\partial t} = \frac{k_1}{\mu} \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} + \frac{\alpha_0}{\mu} (p_2 - p_1), \\ \beta_2^* \frac{\partial p_2}{\partial t} = \frac{k_2}{\mu} \frac{\partial^2 p_2}{\partial x^2} - \frac{\alpha_0}{\mu} (p_2 - p_1), \end{cases} \quad (2)$$

где $\beta_l^* = \beta_{cl} + m_{0l}\beta_f$; $\rho = \rho_0 [1 + \beta_f (p_l - p_0)]$; $m_l = m_{0l} + \beta_{cl} (p_l - p_0)$; $\mathbf{v}_l = -\frac{k_l}{\mu} \frac{\partial p_l}{\partial x}$, $l=1, 2$; k_l –

проницаемость, m_l – пористость, m_{0l} – пористость при $p_l=p_0$, p_l – давление, \mathbf{v}_l – скорость фильтрации, β_f – коэффициент сжимаемости жидкости, β_{cl} – коэффициент сжимаемости среды, μ – вязкость жидкости, ρ – плотность жидкости, α_0 – коэффициент перетока, характеризующий обмен жидкостью между трещинами и пористыми блоками, индекс $l=1$ соответствует трещинам, $l=2$ – пористым блокам.

Из общей модели (2) в условиях, когда трещинная пористость m_1 и сжимаемость β_{c1} малы по сравнению с такими параметрами пористых блоков, а проницаемость пористых блоков мала по сравнению с такими параметрами пористых блоков, а проницаемость пористых блоков мала по сравнению с трещинной проницаемостью, т. е. $m_1 \ll m_2$, $\beta_{c1} \ll \beta_{c2}$, $k_2 \ll k_1$, получена упрощенная система уравнений

$$\begin{cases} \frac{k_1}{\mu\beta_2^*} \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} + \frac{\alpha_0}{\mu\beta_2^*} (p_2 - p_1) = 0, \\ \beta_2^* \frac{\partial p_2}{\partial t} + \frac{\alpha_0}{\mu} (p_2 - p_1) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Уоррен и Рут [3] учитывали сжимаемости трещин, но пренебрегали движением жидкости в пористых блоках. В этих предположениях из (2) получается система уравнений

$$\begin{cases} \beta_1^* \frac{\partial p_1}{\partial t} = \frac{k_1}{\mu} \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} + \frac{\alpha_0}{\mu} (p_2 - p_1), \\ \beta_2^* \frac{\partial p_2}{\partial t} + \frac{\alpha_0}{\mu} (p_2 - p_1) = 0, \end{cases} \quad (4)$$

которая в некоторых источниках называется «усеченной».

Модель [1, 2] нашла широкое применение в анализе процессов разработки залежей нефти с трещинными и трещиновато-пористыми коллекторами [4–6].

Некоторый анализ моделей движения жидкостей в ТПС можно найти в [4, 7]. Постановка задач для упрощенных и «усеченных» систем уравнений (3), (4) имеет ряд особенностей, сведения о которых можно найти в [7, 8]. В работах [9, 10] уравнения (2), (3) и (4) обобщены для случая релаксационных эффектов в трещинах и пористых блоках.

Некоторые коэффициентные обратные задачи упругого режима фильтрации жидкости в пористых средах рассмотрены в [11, 12]. Обратные коэффициентные задачи переноса вещества в пористых средах решались в [13, 14]. В работах [15, 16] решены некоторые обратные задачи фильтрации жидкости в трещиновато-пористых средах на основе моделей (3), (4).

В данной работе для системы уравнений (4) решается обратная задача по определению коэффициентов перетока α_0 и проницаемости трещины k_1 . В качестве исходных данных для обратной задачи принимается решение прямой задачи в точке области, где расположены скважины.

Постановка обратной задачи. Система уравнений фильтрации однородной жидкости в ТПС, называемая уравнениями Уоррена-Рута записывается в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial p_1}{\partial t} = \frac{k_1}{\mu\beta_1^*} \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} + \frac{\alpha_0}{\mu\beta_1^*} (p_2 - p_1), \\ \frac{\partial p_2}{\partial t} + \frac{\alpha_0}{\mu\beta_2^*} (p_2 - p_1) = 0, \quad 0 < x < L, \quad 0 < t \leq T. \end{cases} \quad (5)$$

Для системы уравнений (5) начальные и граничные условия ставятся следующим образом

$$p_1(0, x) = p_2(0, x) = p_0, \quad p_0 = \text{const}, \quad 0 \leq x \leq L, \quad (6)$$

$$-\frac{k_1}{\mu} \frac{\partial p_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = v_0 = \text{const}, \quad p_1(t, L) = p_0, \quad 0 < t \leq T. \quad (7)$$

Обратную задачу ставим следующим образом: определить коэффициент перетока α_0 и коэффициент проницаемости трещины k_1 из условия минимума функционала

$$J(\alpha_0, k_1) = \int_0^T [p_1(t, 0) - z(t)]^2 dt, \quad (8)$$

где $z(t)$ – данные наблюдения давления p_1 в точке $x=0$ (на скважине), $p_1(t, 0)$ – решение задачи (5) – (7).

Решение обратной задачи. Условия стационарности функционала (8) имеет вид

$$\frac{dJ(\gamma)}{d\gamma} = 2 \int_0^T [p_1(t, 0) - z(t)] \mathbf{w}(t, 0) dt = 0, \quad (9)$$

где \mathbf{w} вектор столбец, γ вектор строка

$$\frac{dp}{d\gamma} = \mathbf{w} = (w_{11}, w_{12})^T = \left(\frac{\partial p_1}{\partial \alpha_0}, \frac{\partial p_1}{\partial k_1} \right)^T, \quad \gamma = (\alpha_0, k_1). \quad (10)$$

Разложим в ряд функцию p_1 в окрестности $\gamma^{(s+1)}$ с точностью до членов второго порядка [17]

$$p_1^{(s+1)}(t, x) \approx p_1^{(s)}(t, x) + (\gamma^{(s+1)} - \gamma^{(s)}) \mathbf{w}^{(s)}(t, x). \quad (11)$$

Подставляя разложение (11) в (10), получим следующую систему линейных алгебраических уравнений относительно $\alpha_0^{(s+1)}$, $k_1^{(s+1)}$:

$$\begin{cases} a_{11} \alpha_0^{(s+1)} + a_{12} k_1^{(s+1)} = b_1, \\ a_{21} \alpha_0^{(s+1)} + a_{22} k_1^{(s+1)} = b_2, \end{cases} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= \int_0^T \left[w_{11}^{(s)}(t, 0) \right]^2 dt, \quad a_{22} = \int_0^T \left[w_{12}^{(s)}(t, 0) \right]^2 dt, \quad a_{12} = a_{21} = \int_0^T w_{11}^{(s)}(t, 0) w_{12}^{(s)}(t, 0) dt, \\ b_1 &= \int_0^T \left[w_{11}^{(s)}(t, 0) \alpha_0^{(s)} + w_{12}^{(s)}(t, 0) k_1^{(s)} - p_1^{(s)}(t, 0) + z(t) \right] w_{11}^{(s)}(t, 0) dt, \\ b_2 &= \int_0^T \left[w_{11}^{(s)}(t, 0) \alpha_0^{(s)} + w_{12}^{(s)}(t, 0) k_1^{(s)} - p_1^{(s)}(t, 0) + z(t) \right] w_{12}^{(s)}(t, 0) dt. \end{aligned} \quad (13)$$

Следующие приближения $\alpha_0^{(s+1)}$, $k_1^{(s+1)}$ можно определить легко из системы (12), применяя известные формулы Крамера в виде

$$\alpha_0^{(s+1)} = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, \quad k_1^{(s+1)} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}. \quad (14)$$

Продифференцируем систему уравнений (5) сначала по α_0 , потом по k_1 и получим следующие системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial w_{11}}{\partial t} = \frac{k_1}{\mu\beta_1^*} \frac{\partial^2 w_{11}}{\partial x^2} + \frac{\alpha_0}{\mu\beta_1^*} (w_{21} - w_{11}) + \frac{1}{\mu\beta_1^*} (p_2 - p_1), \\ \frac{\partial w_{21}}{\partial t} + \frac{\alpha_0}{\mu\beta_2^*} (w_{21} - w_{11}) + \frac{1}{\mu\beta_2^*} (p_2 - p_1) = 0, \quad 0 < x < L, \quad 0 < t \leq T, \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial w_{12}}{\partial t} = \frac{k_1}{\mu\beta_1^*} \frac{\partial^2 w_{12}}{\partial x^2} + \frac{\alpha_0}{\mu\beta_1^*} (w_{22} - w_{12}) + \frac{1}{\mu\beta_1^*} \frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial w_{22}}{\partial t} + \frac{\alpha_0}{\mu\beta_2^*} (w_{22} - w_{12}) = 0, \quad 0 < x < L, \quad 0 < t \leq T, \end{cases} \quad (16)$$

где $w_{11} = \frac{\partial p_1}{\partial \alpha_0}$, $w_{21} = \frac{\partial p_2}{\partial \alpha_0}$, $w_{12} = \frac{\partial p_1}{\partial k_1}$, $w_{22} = \frac{\partial p_2}{\partial k_1}$ – функции чувствительности [17, 18] по коэффициентам α_0 и k_1 .

Начальные и граничные условия для систем уравнений (15) – (16), аналогично получаются дифференцированием условия (6), (7) соответственно по α_0 , k_1 :

$$w_{11}(0, x) = w_{21}(0, x) = w_{12}(0, x) = w_{22}(0, x) = 0, \quad 0 \leq x \leq L, \quad (17)$$

$$-\frac{k_1}{\mu} \frac{\partial w_{11}}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad w_{11}(t, L) = 0, \quad 0 < t \leq T, \quad (18)$$

$$-\frac{k_1}{\mu} \frac{\partial w_{12}}{\partial x} \Big|_{x=0} - \frac{1}{\mu} \frac{\partial p_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad w_{12}(t, L) = 0, \quad 0 < t \leq T. \quad (19)$$

Численный алгоритм определения коэффициентов α_0 , k_1 можно построить следующим образом: 1) выбираем начальные приближения $\alpha_0^{(0)}$, $k_1^{(0)}$ (полагаем $s = 0$); 2) решаем задачу (5) – (7) от $t=0$ до $t=T$ и определяем функции p_1 . Находим значение функционала (8). Решаем задачи (15) – (19) от $t=0$ до $t=T$ и определяем функции w_{11} и w_{12} ; 3) по соотношениям (12) – (14) вычисляем $\alpha_0^{(s+1)}$, $k_1^{(s+1)}$; 4) повторяем шаги 2), 3) до выполнения условий

$$\left| J^{(s+1)} - J^{(s)} \right| / J^{(s)} \leq \varepsilon, \quad \left| \alpha_0^{(s+1)} - \alpha_0^{(s)} \right| / \alpha_0^{(s)} \leq \varepsilon_1, \quad \left| k_1^{(s+1)} - k_1^{(s)} \right| / k_1^{(s)} \leq \varepsilon_2,$$

где ε , ε_1 , ε_2 – погрешности определения решения.

Разностные задачи. В рамках квазиэксперимента [19] сначала рассматривается прямая задача (5)–(7) с известными $\alpha_0^{\text{exact}} = 3.6 \cdot 10^{-16}$, $k_1^{\text{exact}} = 1 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$. Задача решается численно методом конечных разностей [13]. По результатам численных расчетов задается сеточная функция $z^j = z(t_j)$, $j=0, 1, \dots, M$. При решении задачи сеточная функция $z(t)$ зашумляется случайными погрешностями [19] следующим образом: $z_{\delta}^j = z^j + 2\delta(\sigma^j - 1/2)$, где σ^j – случайная функция, равномерно распределенная на интервале $[0,1]$, δ – уровень погрешности.

Для численного решения задачи (5)–(7) использованы следующие значения исходных данных: $T=200$ с, $L=60$ м, $p_0=10$ МПа, $\mu=2.5 \cdot 10^{-8}$ МПа·с, $\beta_1^*=1.61 \cdot 10^{-5}$ МПа $^{-1}$, $\beta_2^*=2.6 \cdot 10^{-5}$ МПа $^{-1}$, $v_0=2 \cdot 10^{-6}$ м/с.

Задачи (5)–(7), (15)–(19) при $\alpha_0 = \alpha_0^{(s)}$, $k_1 = k_1^{(s)}$ решаются численно с помощью метода конечных разностей [20]. В области $D = \{0 \leq x \leq L, 0 \leq t \leq T\}$ введем равномерную сетку $\Omega_{ht} = \{(x_i, t_j), x_i = ih, i = 0, 1, \dots, N, h = L/N, t_j = j\tau, j = 0, 1, \dots, M, \tau = T/M\}$, где h – шаг сетки по координате x , τ – шаг сетки по времени t . Вводим обозначения $p1_i^j = p_1(t_j, x_i)$, $p2_i^j = p_2(t_j, x_i)$, $w11_i^j = w_{11}(t_j, x_i)$, $w21_i^j = w_{21}(t_j, x_i)$, $w12_i^j = w_{12}(t_j, x_i)$, $w22_i^j = w_{22}(t_j, x_i)$. Полученные разностные уравнения решаются методом прогонки [20].

Численные результаты и их анализ. Сетка разбивала координатный отрезок $[0, 60]$ на 120 интервалов, временной отрезок $[0, 2000]$ – на 4000 интервалов. Данные измерения z_δ^j (20) подготовлены на основе этих решений в 200 временных отрезках

Результаты расчетов по определению коэффициентов перетока α_0 и проницаемости трещины k_1 при различных нулевых приближениях $\alpha_0^{(0)}$, $k_1^{(0)}$ с невозмущенными исходными данными представлены на рис. 1–2. Результаты расчетов показывают, что при различных нулевых приближениях $\alpha_0^{(0)}$, $k_1^{(0)}$ коэффициенты α_0 , k_1 восстанавливаются практически за шесть – одиннадцать итераций (рис. 1, а-г, рис. 2, а, б). При удаленном начальном приближении от точки равновесия α_0 , k_1 приближается медленно (от 23 до 24 итерации, рис. 2, в, г) к равновесному значению. Чем больше начальное приближение удаляется от точки равновесия, тем требуется большее число итерации. Как видно из рис. 1 и 2, приближенные решения приобретают монотонный и немонотонный характер. Монотонность в основном возникает, когда начальное приближение проницаемости $k_1^{(0)}$ меньше, чем точное значение k_1^{exact} (рис. 1, а, б, рис. 2, б, г). А приближение коэффициента α_0 имеет немонотонный характер (рис. 1-2).

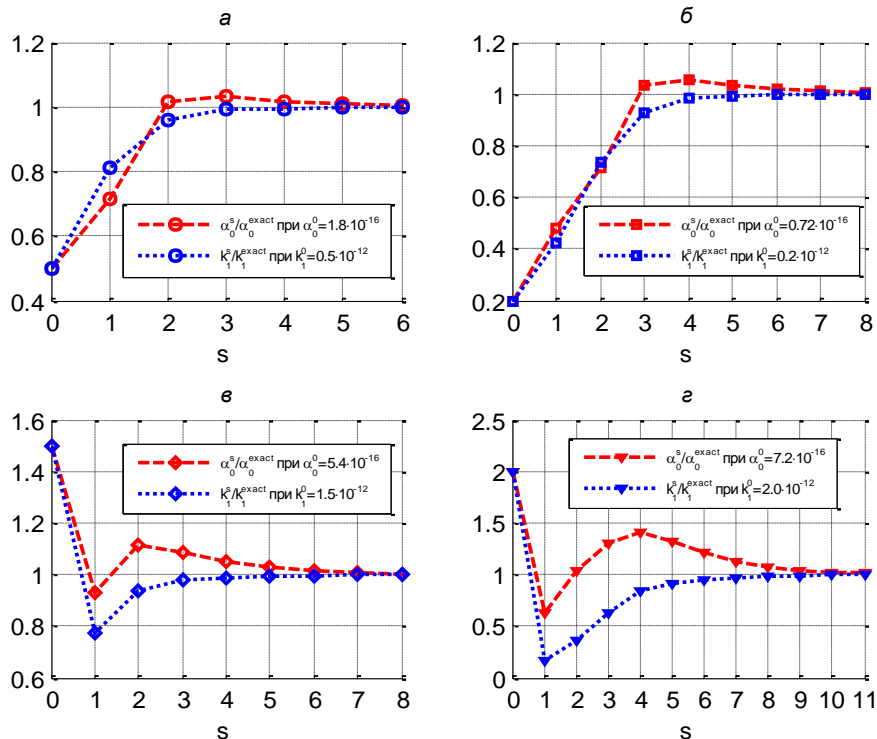


Рис. 1. Восстановление коэффициентов α_0 и k_1 с невозмущенными исходными данными ($\delta=0,0$), α_0^{exact} , k_1^{exact} , использованные при подготовке исходных данных значения параметров α_0 , k_1 , соответственно

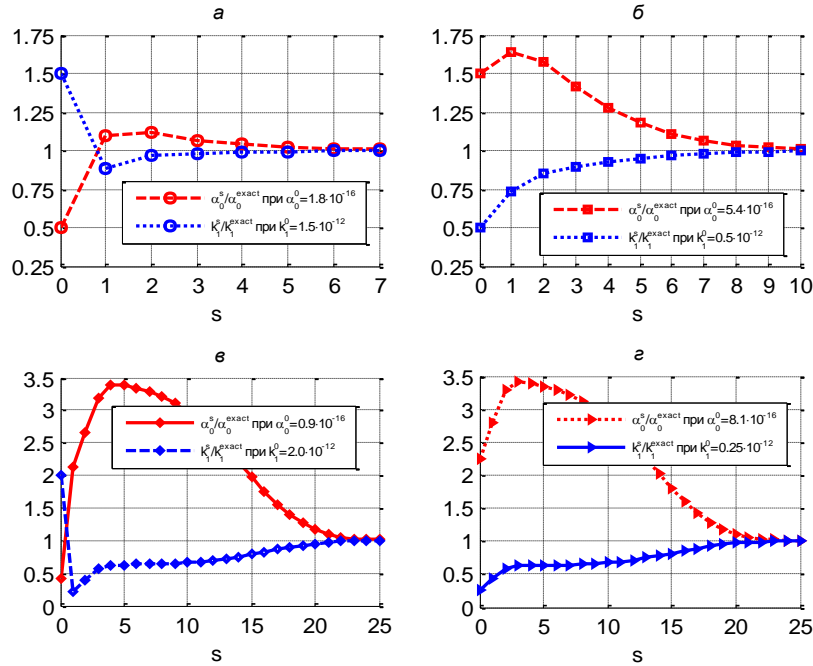


Рис. 2. Восстановление коэффициентов α_0 и k_1 с невозмущенными исходными данными ($\delta=0,0$), α_0^{exact} , k_1^{exact} , как на рис.1

Результаты расчетов с возмущенными исходными данными представлены в табл. 1.

Численные расчеты проведены с начальными приближениями $\alpha_0^{(0)} = 5.4 \cdot 10^{-16}$, $k_1^{(0)} = 2.0 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$. Относительные погрешности восстановления коэффициента α_0 изменяются в пределах 0.000333 % до 14.277739 %, а коэффициента k_1 изменяются в пределах 0.0001 % до 2.110226 %. Как видно из табл. 1, относительная погрешность определения α_0 и k_1 с увеличением погрешности исходных данных увеличивается.

Таблица 1

Восстановление коэффициентов α_0 , k_1 с возмущенными исходными данными

δ	$\alpha_0^{(0)} = 5.4 \cdot 10^{-16}$, $k_1^{(0)} = 2.0 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$				
	s	$\alpha_0^{(s)}$	Относительная погрешность $\frac{ \alpha_0 - \alpha_0^{exact} }{\alpha_0^{exact}} \cdot 100, \%$	$k_1^s, \text{ м}^2$	Относительная погрешность $\frac{ k_1 - k_1^{exact} }{k_1^{exact}} \cdot 100, \%$
0.0	25	$3.600012 \cdot 10^{-16}$	0.000333	$0.999999 \cdot 10^{-16}$	0.000100
0.005	23	$3.563438 \cdot 10^{-16}$	1.015611	$1.001823 \cdot 10^{-16}$	0.182300
0.01	22	$3.551247 \cdot 10^{-16}$	1.354250	$1.003320 \cdot 10^{-16}$	0.332000
0.02	24	$3.733475 \cdot 10^{-16}$	3.707639	$0.997433 \cdot 10^{-16}$	0.256700
0.05	18	$4.113999 \cdot 10^{-16}$	14.277739	$0.978898 \cdot 10^{-16}$	2.110226

Заключение. В работе рассматривается задача идентификации коэффициента перетока и проницаемости трещин для модели Уоррена-Рута фильтрации однородной жидкости в трещиновато-пористых средах. Эти коэффициенты определяются на основе решения обратной задачи. Для того, чтобы подготовить дополнительную информацию для решения обратной задачи рассматривалась соответствующая прямая задача с известными значениями коэффициентов перетока и проницаемости трещин. Таким образом, подготовлены дополнительные данные для решения обратной задачи. Проводились также расчеты с зашумленными исходными данными. Результаты расчетов показывают, что при различных начальных приближениях параметры перетока и проницаемости восстанавливаются достаточно быстро.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Баренблатт Г.И., Желтов Ю.П. Об основных уравнениях фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // Доклады Академии наук СССР. 1960. Т.132, №3, С. 545-548.
- [2] Баренблатт Г.И., Желтов Ю.П., Кочина И.Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // Прикладная математика и механика. 1960, Т.24, вып. 5, С. 852-864.
- [3] Warren J.E., Root P.J. The behavior of naturally fractured reservoirs // Soc. Petrol. Eng.J., 1963, pp. 245-255.
- [4] Van Golf-Racht T.D. Fundamentals of Fractured Reservoir Engineering. Developments in Petroleum Science. Elsevier Scientific. Amsterdam, Oxford, New York. 1982, – 365 p.
- [5] Майдебор В.Н. Особенности разработки нефтяных месторождений с трещиноватыми коллекторами. М. Недра, 1980.
- [6] Шаймуратов Р.В. Гидродинамика нефтяного трещиноватого пласта. М. Недра, 1980.
- [7] Chen Z.-X. Transient flow of slightly compressible fluids through double-porosity, double-permeability systems // Transport in Porous Media. 1989, Vol. 4, pp. 147-184.
- [8] Barenblatt G.I., Entov V.M., Ryzhik V.M. Theory of Fluid Flows through Natural Rocks. London, 1990.
- [9] Хужаёров Б.Х. Уравнения фильтрации релаксирующих жидкостей в трещиновато-пористых средах // ДАН Рuz. 1995, № 7-8, С. 13-16.
- [10] Khuzhayorov B.Kh., Bobokulov E., Khudoerov Sh.Ch. Relaxation filtration of homogeneous fluids in cracked-porous media // Journal of engineering physics and thermophysics, 2001, Vol. 74, No.5, pp.1073-1082.
- [11] Khuzhayorov B., Kholiyarov E. Inverse problems of elastoplastic filtration of liquid in a porous medium // Journal of Engineering Physics and Thermophysics, 2007, Vol.8, No.3, pp.517-525.
- [12] Нармуратов Ч.Б., Холияров Э.Ч., Гуломқодиров К.А. Численное моделирование обратной задачи релаксационной фильтрации одно однородной жидкости в пористой среде // Проблемы вычислительной и прикладной математики. 2017, №2, С.12-19.
- [13] Khuzhayorov B., Ali Md. F., Sulaymonov F., Kholiyarov E. Inverse coefficient problem for mass transfer in two-zone cylindrical porous medium // AIP Conference Proceedings, 2016, Vol. 1739, pp.020-028.
- [14] Бегматов Т.И., Холияров Э.Ч., Файзиев Б.М. Идентификация коэффициента кинетики в модели фильтрации суспензии в пористой среде // Проблемы вычислительной и прикладной математики. 2022, №1(38), С.9-17.
- [15] Хужаёров Б.Х., Холияров Э. Ч. Определение коэффициента перетока и проницаемости при фильтрации однородной жидкости в трещиновато-пористых средах // Проблемы вычислительной и прикладной математики. 2022, №1(38), С. 66-76.
- [16] Хужаёров Б.Х., Холияров Э.Ч., Эрнazarов М.Ю., Тураев М. Обратная задача по определению коэффициента перетока в модели фильтрации Уоррена-Рута // Научный Вестник СамГУ, 2022, №1 (131), С.115-123.
- [17] Бабе Г.Д., Бондарев Э.А., Воеводин А.Ф., Каниболотский М.А. Идентификация моделей гидравлики. Новосибирск: Наука, 1980, – 161 с.
- [18] Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1988, – 288 с.
- [19] Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. М.: Издательство ЛКИ, 2009, – 480 с.
- [20] Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука. 1989, – 616 с.

Дата поступления
22.07.2022

Хужаёров Б.Х., Холияров Э.Ч. Уоррен-Рут филтрация модели учун оқим ва ўтказувчанлик коэффициентлари аниқлаш учун тескари коэффициентли масала

Аннотация: Ушбу мақолада Уоррен-Рут модели асосида биржинсли суюқликнинг ёриқ-говак муҳитларда биржинсли сизиши оқиб ўтиши ва ўтказувчанлик коэффициентларини аниқлаш учун тескари масала қўйилган ва сонли ечилган. Ҳар-хил дастлабки яқинлашишларда ушбу коэффициентлар амалда олтидан ўн биргача итерацияларда тикланиши кўрсатилган. Бошланғич яқинлашишлар мувозанат нуқтасидан узоқлашиши билан итерация жараёни яқинлашиши секинлашади. Ишда қўлланган идентификация усули ёриқ-говак муҳитларда биржинсли суюқликнинг сизиши тенгламалари учун коэффициентли тескари масалаларни ечишда самарали эканлиги кўрсатилган.

Калим сўзлар: идентификация усули; тескари масала; суюқликлар сизиши; ёриқ-говак муҳит; тафовут функционали.

Khuzhayorov B.Kh., Kholiyarov E.Ch. The inverse problem of determining the flow and permeability coefficients in the Warren-Root filtration model.

Abstract: In this work, the inverse problem of determining the flow and permeability coefficients for the Warren-Root model of homogeneous fluid filtration in fractured-porous media is posed and numerically solved. It has been established that, at various zero approximations, the recovery of these coefficients takes almost six to eleven iterations. As the initial approximation moves away from the equilibrium point, the iterative process slows down. It is shown that the effectiveness of the identification method used here in solving coefficient inverse problems for the equations of filtration of a homogeneous fluid in fractured-porous media.

Keywords: identification method; inverse problem; fluid filtration; fractured-porous medium; residual functional.

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО МОСТА С НЕЛИНЕЙНЫМ ДЕФОРМИРОВАНИЕМ ЕГО ОПОРНОЙ ЧАСТИ ПРИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯХ

Мирзаев И., Аскарова Д.С.

Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан

E-mail: ibrahim.mir@mail.ru

Аннотация: В данной работе рассматриваются особенности расчета сейсмостойкости железобетонных железнодорожных мостов по реальным записям землетрясений. Методами конечных элементов и конечных разностей производится дискретизация задачи с учетом взаимодействия фундамента моста с грунтом по модели типа Винклера. Также учитывается нелинейное деформирование опорных частей моста. В качестве примера расчета выбран железнодорожный мост, длиной 29.6 метра в перегоне, расположенного на участке железной дороги Навои–Бухара. Проведен анализ напряженно-деформированного состояния элементов моста по записям шести землетрясений. Рассмотрен случай перемещения с сухим трением пролетного строения на ригелях в боковом направлении. Совиги и напряжения рассмотренного железнодорожного моста в расчетах на землетрясение более 9 баллов показало, что их значения соответствуют принятым нормам.

Ключевые слова: железнодорожный мост; сейсмозащита; пролетное строение; опора; реальные записи землетрясения.

Введение. При строительстве железнодорожных мостов используются в основном железобетонные элементы. Железобетонные мосты в Узбекистане составляют 94.7% мостов на железных дорогах. По данным на 2019 год на железнодорожных линиях АО “Ўзбекистон темир йўллари” эксплуатируются 1380 мостов, из них 1307 железобетонные, 48 металлических, а также 25 смешанные. Общая протяженность мостов составляет 41 км. Преимуществом таких мостов является относительно небольшая стоимость строительства, низкие эксплуатационные расходы и долговечность.

Железнодорожный транспорт имеет особое значение для жизнеобеспечения в районах с высоким сейсмическим воздействием, особенно в урбанизированных районах, из-за его надежности, экономической полезности и безопасности [1]. Большинство урбанизированных районов по всему миру расположены в зонах повышенной сейсмичности. В связи с этим большое внимание уделяется качеству сейсмостойкости в вопросах строительства транспортных объектов.

В последние годы в нашей стране были реализованы масштабные комплексные меры по развитию направлений сейсмологии, сейсмостойкости сооружений и сейсмической безопасности, а также по радикальному повышению эффективности деятельности отраслевых организаций. Сегодня важно последовательно продолжать реформы в этих областях, внедрять новые методы обеспечения сейсмической безопасности населения [2].

В настоящее время в действующих нормативных документах КМК 2.01.03-19 “Строительство в сейсмических районах” для проектирования сейсмостойких сооружений в Узбекистане и ШНК 2.01.20-16 “Строительство транспортных сооружений в сейсмических районах” приведены требования к проектированию транспортных объектов [3, 4]. Также в нормативном документе ШНК 2.05.03-12 “Мосты и трубы” приведены инструкции для мостов с целью обеспечения плавного движения транспортных средств по ним путем ограничений упругих изгибов их пролетных строений и для соответствующих форм продольного сдвига [5]. Расчет мостов и путепроводов на воздействие землетрясений с существующими их записями позволяет анализировать их напряженно-деформированное состояние [6].

Известно, что территория Средней Азии, особенно Узбекистана является сейсмически активной зоной. Поэтому к проектированию и строительству мостов, путепроводов и эстакад предъявляются высокие требования, поскольку их временная поломка или нарушение наносит социальный и значительный экономический ущерб. Для предотвращения подобных случаев требуется использование современных программных комплексов, чтобы гарантированно обеспечить сейсмостойкость моста на этапе его проектирования. Программный комплекс ШАРК (шаговые алгоритмы расчёта конструкций) предоставляет возможность рассчитывать различные сложные пространственные сооружения, в частности

мосты и путепроводы, на основе существующих записей сейсмограмм, на воздействие землетрясений [7, 8]. Для обеспечения сейсмостойкости транспортных сооружений используются в основном устройства сейсмоизоляции, чтобы не передавать часть энергии сейсмического воздействия на конструкцию и гасить ее колебания [9–11].

Сейсмоизоляция в настоящее время является одним из основных средств обеспечения сейсмостойкости мостов, особенно когда сейсмическая интенсивность по шкале MSK-64 составляет 8 и более баллов. Между базовыми частями мостов, то есть между пролетными строениями и опорами, для повышения сейсмостойкости устанавливаются устройства со смещающей деформацией или скользящей сейсмоизоляцией. Обычно для этого используются резиновые, резинометаллические, плоские или сферические сейсмические изоляторы, которые обеспечивают значительные взаимно безопасные сдвиги между пролетными строениями и опорами. В результате будет предотвращено появление больших напряжений в пролетных строениях и опорах. Хотя этот метод является альтернативным решением и используется почти во всех странах, он в основном применялся в автомобильных мостах [12]. В железнодорожных мостах [1] предлагается использовать комбинированную опорную часть, которая обеспечивает упругое тангенциальное смещение с переходом в состояние сухого трения и гашения вертикальных колебаний. Также был предложен метод научно-технического обоснования эффективности сейсмоизоляции фрикционно-демпфирующих опорных частей [13].

При расчете моста, расположенного в районе с сейсмической интенсивностью по шкале MSK-64 9 баллов, было доказано, что может быть обеспечена сейсмостойкость моста за счет уменьшения максимальной сейсмической нагрузки на опоры с использованием демпфера по сравнению со случаем, когда демпфер не установлен [14].

Проведено исследование трехмерной цифровой модели грунт – фундамент – конструкция двухпролетного железобетонного моста автомобильной дороги, расположенной в штате Калифорния, США. Применение геотехнической сейсмоизоляции показало положительные результаты в снижении сейсмических воздействий. Благодаря наличию геотехнических сейсмоизоляторов под опорами уменьшено воздействие землетрясения [15].

Для снижения воздействия землетрясений на объекты предлагается использовать горизонтальные барьеры в виде метаповерхностей, выполненных из гранулированных метаматериалов, обладающих свойствами широкодиапазонных фононных кристаллов [16, 17], которые препятствуют распространению основных видов сейсмических волн. Гранулированные метаматериалы применяются в качестве сейсмоизолирующих устройств как для надземных [18–20], так и подземных сооружений [21]. Надо отметить также, что сейсмические подушки из гранулированных метаматериалов используют и для защиты опорных конструкций большепролетных мостов [22]. Разработана система территориальной сейсмической защиты на основе гранулированных метаматериалов при строительстве моста Рион–Андирион через Коринфский залив (Греция). Метаматериал располагается между фундаментом и опорой, что приводит к скольжению опоры на фундаменте во время землетрясения, и тем самым уменьшает уровень напряжений в теле опоры [8, 23].

В статье [24] представлены результаты динамических характеристик изолированного моста Догна, которые получены гармоническим вибрационным испытанием и анализом метода конечных элементов. Было обнаружено хорошее соответствие между экспериментальными и численными данными, показывающее, что конечно-элементная модель моста является точной даже при высоких уровнях деформации и напряжений.

Виадук Болу, расположенный в центральной части Турции, состоит из двух параллельных мостов. Во время землетрясения в Дюздже в ноябре 1999 года этот мост был конструктивно завершен, но не был открыт для движения. В момент землетрясения не разрушилось ни одно пролетное строение, но были серьезно повреждены устройства сейсмозащиты [11]. Несколько пролетных строений смещены от своей оси (рис. 1).



Рис.1. Повреждение виадука Болу во время землетрясения в Дюзде 1999 г.

Исследования последствий землетрясения показали, что возникающие в опорных частях напряжения привели к выходу из строя сейсмозащитных устройств, в результате чего были чрезмерные смещения некоторых пролетов в поперечном направлении относительно опор и прилегающих пролетов [11]. Этот вид разрушения указывает на необходимость рассмотрения вопросов, связанных с сейсмостойкостью мостов, с учетом трения между пролетными строениями и опорами или ригелями.

При определении напряженно-деформированного состояния моста во время землетрясения направление и величина силы трения, а также время начала–остановки скольжения будут неизвестны. Это приводит к постановке и решению нелинейной математической задачи в частных производных, поэтому часто такой проблемы избегают при расчете мостов на сейсмостойкость.

Учет трения между фундаментом и конструкцией во время землетрясений по жесткопластической модели с разработкой уникального алгоритма решения нелинейной задачи [25, 26] показало эффективность сейсмоизоляции на основе трения скольжения.

На основе вышеперечисленных положений созданы математические модели и алгоритмы для исследования сложных сейсродинамических процессов с учетом трения между пролетными строениями и опорами железнодорожных железобетонных мостов при воздействии сейсмической волны. Использование эффекта сухого трения между пролетным строением и опорой позволяет путем подбора коэффициента сухого трения повысить сейсмостойкость моста за счет уменьшения напряжений в его элементах. При этом будет достигнута экономия средств за счет внесения необходимых изменений в конструкцию железнодорожного моста.

Постановка задачи. Сейсмические волны состоят из вертикального и двух горизонтальных смещений, мосты также имеют три измерения. Пролетные строения железнодорожных железобетонных мостов часто состоят из балок различной формы поперечного сечения. Остальные их элементы имеют разные деформационные свойства и связаны друг с другом эксцентриситетом. Поскольку задача является математически сложной, для ее решения используются численные методы.

Пусть задан железнодорожный железобетонный мост с нелинейным деформированием его опорных частей. Рассмотрим задачу пространственных колебаний этого моста во время землетрясения по имеющимся записям. Железнодорожные железобетонные мосты состоят из балочных пролетных строений, опор, опорных частей, ригелей и фундаментов опор. Опорная часть деформируется по билинейной модели.

Конструктивные элементы моста испытывают одновременно сжатие-растяжение, изгиб, кручение или сжатие-растяжение, сдвиг, кручение или безмассовое (массу которого можно не учитывать) сжатие-растяжение, сдвиг, кручение. В определенных точках могут

располагаться сосредоточенные массы. Мы заменяем каждый тип структурных элементов соответствующей конечно-элементной моделью. Дискретизируем элементы моста методом конечных элементов, в результате чего получаем следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений [8].

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{P\}. \quad (1)$$

Здесь $[M]$, $[C]$, $[K]$ – матрицы масс, демпфирования и жесткостей, $\{u(t)\}$ – вектор абсолютных перемещений узловых точек конечно-элементной модели конструкции, $\{P(t)\}$ входят заданные движения грунта и действующие силы.

Матрица демпфирования строится по способу Рейля в следующем виде [8]

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K]. \quad (2)$$

Здесь коэффициенты α и β определяются на основе экспериментальных данных по соотношениям

$$\beta\omega_1^2 + \alpha = \gamma\omega_1; \quad \beta\omega_2^2 + \alpha = \gamma\omega_2; \quad \gamma = \frac{\delta}{\pi} \quad (3)$$

где δ – логарифмический декремент затухания колебаний конструкции; ω_1 , ω_2 – частоты двух характерных форм колебаний [8].

Граничные условия ставятся на тех местах, которые непосредственно связаны с грунтом, этими местами являются береговые опоры и фундаменты промежуточных опор:

- граничные узлы полностью закреплены к грунту (три перемещения и три поворота);
- частичное закрепление к грунту, в этом случае отдельные компоненты перемещений и поворотов закрепляются к грунту, т.е. движутся по заданному закону движения грунта, а по остальным направлениям соответствующие силы и моменты сил равны нулю.

Учет податливости грунта входит в систему как безынерционный конечный элемент.

Начальные условия получаются из решения статической задачи

$$\{u(t)\}_{t=0} = \{u(0)\}, \quad \{\dot{u}(t)\}_{t=0} = \{0\}. \quad (4)$$

Для нелинейных задач матрицы $[M]$, $[C]$, $[K]$ зависят от вектора абсолютного перемещения. Движение грунта задается в виде записей акселерограмм [8, 27].

В приведенной выше системе уравнений (1) при условиях (4) используется неявный метод конечных разностей Ньюмарка, который является устойчивой при определенных значениях его параметров [28]. В нелинейных задачах для уточнения решения используется дополнительная итерация Ньютона-Раффсона [8]. В методе Ньюмарка используются значения скоростей и ускорений, в том числе их значения в заданной сейсмической волне. Прямое задание оцифрованных сейсмограмм при вычислении скоростей и ускорений приводит к грубым ошибкам. Поэтому сейсмическая волна задается в ускорениях, затем скорости и смещения вычисляются формулами Ньюмарка. Для обеспечения проведения вычислений с меньшим шагом по времени по сравнению с шагом оцифрования используется сплайн Эрмита.

В качестве примера, с целью учета сейсмостойкости железнодорожного железобетонного моста, длина которого составляет 29.6 метров, расположенного на участке высокоскоростной электрифицированной железной дороги Навои – Бухара, был проведен расчет программой ШАРК на основе реальных записей землетрясений.

В железнодорожном железобетонном мосту использованы 4 типовые балки, каждая по 11.5 метров с поперечным сечением в форме тавра. Конструкция моста состоит из множества элементов, таких как опоры, опорные части, ригели, пролетные строения и т.д. Общее количество промежуточных опор – 6 шт., размеры: высота – 2 м, поперечное сечение – 0.35м×0.35м. Опорные части сделаны из стали в начале и конце моста, а опорные части в середине моста из плотной резины, допускающие скольжение. Конструкция построена в основном из железобетонного материала – бетона класса В25 по прочности, модуль упругости $E = 30000$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0.2$.

В расчетах учитывается податливость грунтового основания путем приведенной жесткости и демпфирования. Коэффициенты жесткости и демпфирования вычисляются с учетом размера поверхности контакта для каждого фундамента по отдельности. Тип грунта твердый суглинок, модуль упругости $E = 1800$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0.37$. Для фундаментов в начале и конце моста коэффициенты жесткости по трем направлениям взяты равными $1.976 \cdot 10^7$ Н/м. Для фундамента под промежуточными опорами эти коэффициенты равны $1.8113 \cdot 10^7$ Н/м.

Результаты расчетов железнодорожного железобетонного моста.

Результаты расчета железнодорожного железобетонного моста получены на основании реальной записи Газлийского (Узбекистан) землетрясения от 17.05.1976 г., интенсивность более 9 баллов по шкале MSK-64. Максимальные ускорение, скорость и перемещение в направлении распространения сейсмической волны: 7.22 м/с²; 0.62 м/с; 0.18 м, а в поперечном направлении: 5.9345 м/с²; 0.4818 м/с; 0.141676 м. Вертикальное ускорение 13.163 м/с², вертикальная скорость 0.57 м/с, вертикальное перемещение 0.216664 м. Сравнительная оценка расчетов проведена с использованием результатов воздействия других пяти землетрясений. Реальные записи сильных землетрясений получены из европейской базы данных [27].

Для дискретизации железнодорожный мост был разбит на 116 конечных элементов с учетом работы каждого типа конечного элемента, количество узловых точек 83. Степень полученной системы равна 462, кинематические условия заданы в 3 узлах. Вычисления проводились по неявной схеме с шагом по времени 0.005 с и 0.001 с, потеря энергии учитывается в форме Рэлея. Характеристики конечных элементов 10 различных видов были даны через соответствующие порядковые номера.

Между балками по главной оси моста оставляется небольшое расстояние 0.05 м, и этот зазор закрывается деформационным швом. Известно, что важным фактором в процессе строительства всех транспортных сооружений является температурное воздействие, которое связано с перепадом температуры. Деформационный шов предотвращает пагубное воздействие температурного перепада. При перепаде температуры 40°C удлинение пролетного строения составляет 0.00644 м, поэтому принятый размер деформационного шва предотвращает нежелательное воздействие перепада температуры.

Теперь проверим, приведет ли последовательная установка пролетных строений по оси моста с деформационным швом 0.05 м к нежелательным последствиям для железнодорожного моста во время землетрясения.

Исходя из результатов проведенных расчетов получено, что максимальное взаимное сближение и удаление соседних торцов балок по оси моста под действием сейсмических волн, при отсутствии движения на железнодорожном мосту, составляют 0.0066 м при $t=15.275$ секунды, -0.0068 м при $t=17.945$ секунды (рис.2). Видно, что деформационный шов 0.05 м обеспечивает предотвращение соударения торцов соседних балок даже при очень сильном землетрясении. Это объясняется тем, что мост имеет малую общую длину, из-за чего сейсмическая волна очень быстро вовлекает его в движение почти одновременно. Запоздывание распространения волны в грунте по сравнению с распространением возмущений по пролетным строениям [6] для рассматриваемого моста не существенно.

Расчеты показали, что абсолютное перемещение по оси Oz в середине пролетного строения на железнодорожном мосту составило: максимальное значение 0.21748 м при $t=15.725$ с; минимальное значение -0.11900 м при $t=18.445$ с (рис.3). Максимальное вертикальное перемещение в сейсмической волне составляет 0.216664 м. В статическом состоянии максимальный прогиб пролетного строения составляет 0.00174 м.

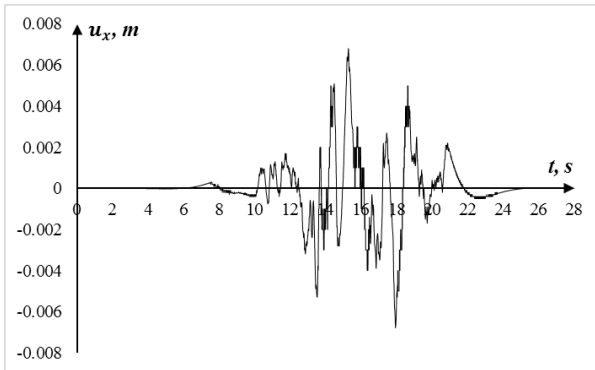


Рис.2. Взаимное сближение соседних торцов под действием сейсмической волны (Газлийское землетрясение)

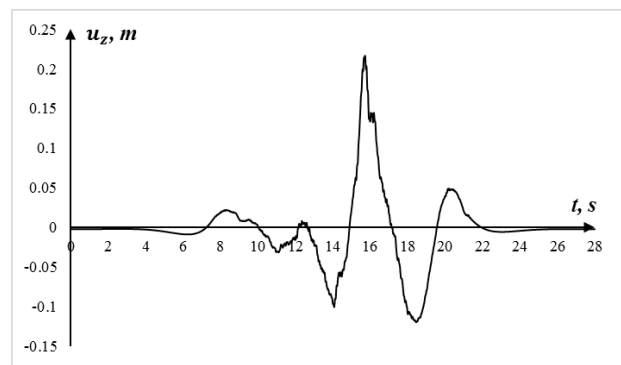


Рис.3. Изменение во времени перемещения середины пролетного строения железнодорожного моста по оси O_z (Газлийское землетрясение)

Колебания пролетных строений по оси моста при наличии резиновых прокладок по их обоим торцам во время землетрясения приводит к взаимному сближению торцов балок в середине моста максимально на 0.03 м при $t=26.895$ с и максимальному взаимному удалению друг от друга на 0.033 м при $t=27.95$ с. Из этого следует, что в данном случае деформационного шва размером 0.05 м достаточно, чтобы предотвратить столкновение торцов балок. Малое взаимное удаление и сближение торцов исследуемого моста в процессе очень сильного землетрясения связано небольшой длиной моста. В этом случае сейсмическое воздействие почти одинаково передается по длине моста.

Результаты изгибающего момента в центре пролетного строения при отсутствии действия временной нагрузки: максимальное значение составило 0.37 МН·м при $t=14.065$ с, минимальное значение равно -0.38 МН·м при $t=17.45$ с (рис.4).

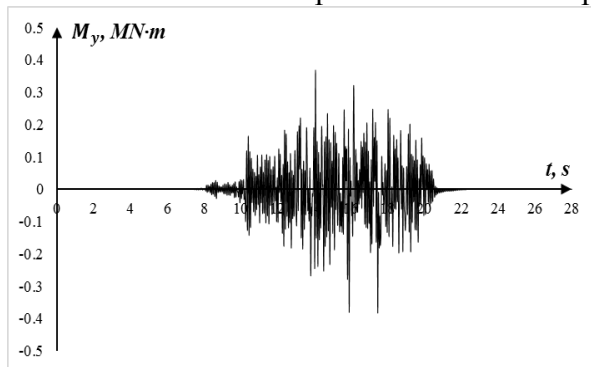


Рис.4. Изменение изгибающего момента во времени в элементе, расположенном в середине пролетного строения железнодорожного моста

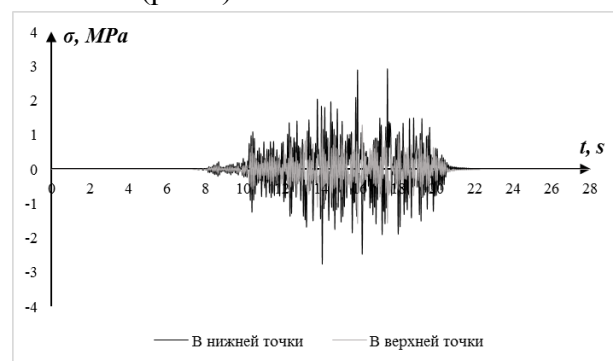


Рис.5. Изменение нормального напряжения во времени в элементе, расположенном в середине пролетного строения железнодорожного моста

Следующий основной анализ определил максимальное и минимальное значения напряжения в верхней и нижней частях пролетного строения.

Максимальное значение нормального напряжения в верхней центральной части пролетного строения составляет 1.56 МПа при $t=14.65$ с, минимальное значение -1.58 МПа при $t=15.895$ с, а максимальное значение в нижней части составляет 2.9 МПа при $t=15.895$ с, минимальное значение напряжения -2.8 МПа при $t=14.065$ с (рис.5).

Из таблицы 1 видно, что максимальное значение (растяжение) нормального напряжения в верхней части ниже чем в нижней части пролетного строения железнодорожного моста. Это объясняется тем, что изменение растяжения более заметна в нижней части пролетного строения за счет собственного веса. Эти же значения представлены в виде графиков на рис.6.

Максимальные значения нормального напряжения в верхней и в нижней частях пролетного строения железнодорожного моста

Напряжение	Элемент 11	Элемент 12	Элемент 13	Элемент 14	Элемент 15	Элемент 16	Элемент 17	Элемент 18	Элемент 19	Элемент 20
<i>Растяжение (МПа)</i>										
В верхней точке	0.19883 t=14.62	0.56757 t=14.065	0.97142 t=14.065	1.2826 t=14.065	1.4834 t=14.065	1.5608 t=14.065	1.5062 t=14.065	1.3047 t=14.065	0.97846 t=17.325	0.918 t=16.13
В нижней точке	0.20393 t=14.62	0.99646 t=17.45	1.7972 t=17.45	2.3065 t=17.445	2.7821 t=17.45	2.8383 t=17.445	2.829 t=15.895	2.5409 t=15.895	2.071 t=15.92	2.0374 t=17.44

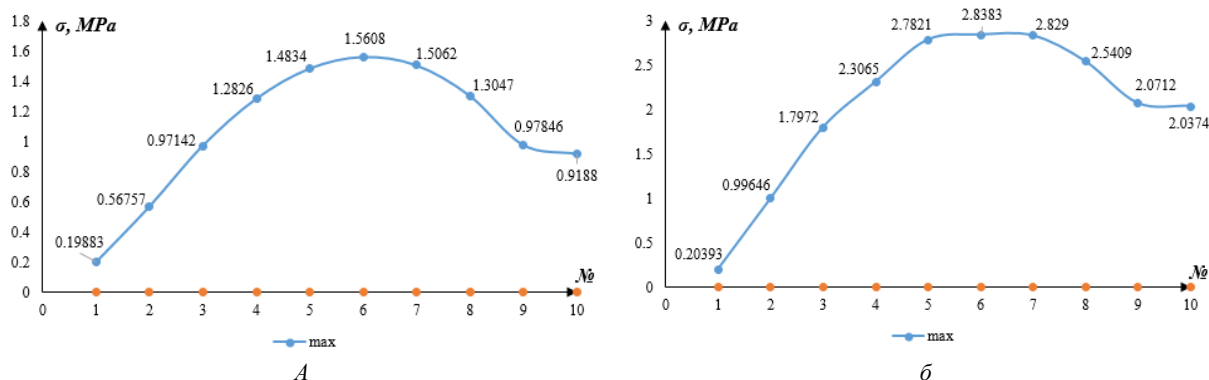


Рис.6. Максимальные значения нормального напряжения в элементах пролетного строения: а – в верхней части балки; б – в нижней части балки

На рис.7 представлены значения нормального напряжения в пролетном строении в момент времени $t=16.045$ с, когда в одном из конечных элементов пролетного строения нормальное напряжение достигает своего максимального значения.

В таблице 2 приведены максимальные сжимающие нормальные напряжения в верхней и нижней частях пролетного строения в соответствующие моменты времени. На рис.8 в графическом виде представлены эти же значения в конечных элементах пролетного строения.

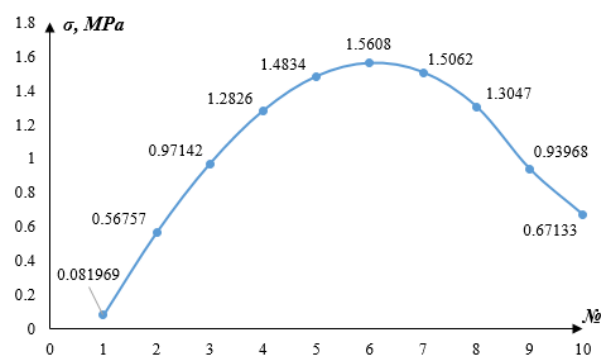


Рис.7. Распределение значения нормального напряжения в момент времени $t=16.045$ с

Минимальное значение нормального напряжения в верхней и в нижней частях пролетного строения железнодорожного моста

Напряжение	Элемент 11	Элемент 12	Элемент 13	Элемент 14	Элемент 15	Элемент 16	Элемент 17	Элемент 18	Элемент 19	Элемент 20
<i>Сжатие (МПа)</i>										
В верхней точке	-0.19242 t=14.275	-0.50799 t=15.895	-0.94403 t=17.45	-1.2755 t=17.45	-1.4868 t=17.45	-1.5803 t=15.895	-1.5428 t=15.895	-1.3848 t=15.895	-1.1331 t=15.895	-1.1603 t=17.445
В нижней точке	-0.18302 t=14.275	-0.92787 t=16.14	-1.6051 t=14.065	-2.2024 t=14.065	-2.5966 t=14.065	-2.7636 t=14.065	-2.6878 t=14.065	-2.3416 t=14.065	-1.7993 t=17.32	-1.7175 t=16.135

Таблица 2

Взаимодействие опор моста с грунтом рассматривается в форме Винклера, и его жесткость рассчитывается по поверхности фундамента опор, контактирующего с грунтом. Для исследования влияния характеристик грунта под фундаментами в начале и конце моста, а также для фундамента под промежуточными опорами были изменены коэффициенты жесткости грунта: уменьшена в 2 раза ($k=0.5 \cdot 10^7$ Н/м³) и увеличена в 2 раза ($k=2 \cdot 10^7$ Н/м³) по сравнению со значением $k=1 \cdot 10^7$ Н/м³.

Ниже, в таблицах 3–5, представлены результаты расчетов железнодорожного моста по записям разных реальных акселерограммах опасных землетрясений при разных значениях коэффициентов жесткости грунта.

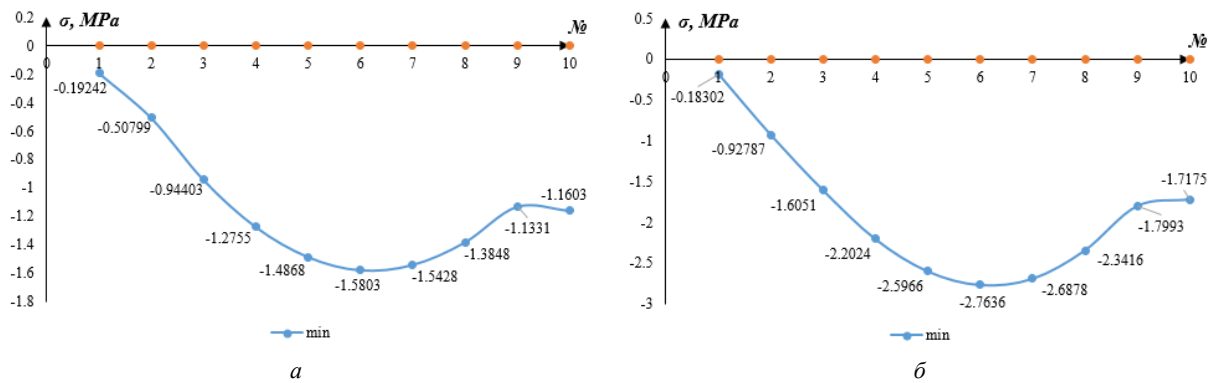


Рис.8. Сжимающие значения нормального напряжения (максимумы по абсолютным значениям) в элементах пролетного строения: *a* – в верхней части балки; *б* – в нижней части балки

Табаское (Иран) землетрясение 16.09.1978 г., более 9 баллов по шкале MSK-64. Максимальное ускорение – 10.17 м/с²; максимальная скорость – 0.88 м/с; максимальное перемещение – 0.3446 м; продолжительность – 78.398 с.

Таблица 3

Изменение нормального напряжения во времени в элементе, расположенном в середине пролетного строения железнодорожного моста (землетрясение более 9 баллов)

Напряжение	$k=2 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3$		$k=1 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3$		$k=0.5 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3$	
	МПа	Сжатие	МПа	Сжатие	МПа	Сжатие
GAZLI (28 сек.)						
	<i>Растяжение</i>	<i>Сжатие</i>	<i>Растяжение</i>	<i>Сжатие</i>	<i>Растяжение</i>	<i>Сжатие</i>
В верхней точке	1.695900 t=16.155 с	-1.218400 t=14.502 с	1.664100 t=16.166 с	-1.122900 t=14.516 с	1.366300 t=16.182 с	-1.103600 t=17.493 с
В нижней точке	2.164700 t=14.502 с	-3.123900 t=16.155 с	2.029300 t=14.517 с	-3.048900 t=16.166 с	2.014100 t=17.494 с	-2.497900 t=16.182 с
TABAS (78.398 сек.)						
	<i>Растяжение</i>	<i>Сжатие</i>	<i>Растяжение</i>	<i>Сжатие</i>	<i>Растяжение</i>	<i>Сжатие</i>
В верхней точке	2.094400 t=18.59 с	-2.305700 t=18.251 с	2.352300 t=18.597 с	-2.482900 t=18.262 с	3.125500 t=18.631 с	-3.078400 t=18.522 с
В нижней точке	4.151700 t=18.251 с	-4.098400 t=18.341 с	4.538000 t=18.263 с	-4.976700 t=18.359 с	5.729500 t=18.522 с	-5.665500 t=18.631 с

Носера Umbra-2 (Италия) землетрясение от 03.04.1998 г., 9 баллов по шкале MSK-64. Максимальное ускорение – 3.73 м/с²; максимальная скорость – 0.11 м/с; максимальное перемещение – 0.0054 м; продолжительность – 40.990 с.

Tolmezzo-Diga Ambiesta (Италия) землетрясение от 06.05.1976 г., 9 баллов по шкале MSK-64. Максимальное ускорение – 3.35 м/с²; максимальная скорость – 0.32 м/с; максимальное перемещение – 0.0039 м; продолжительность – 46.535 с.

Таблица 4

Изменение нормального напряжения во времени в элементе, расположенном в середине пролетного строения железнодорожного моста (землетрясение 9 баллов)

Напряжение	$k=2 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3$		$k=1 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3$		$k=0.5 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3$	
	МПа	Сжатие	МПа	Сжатие	МПа	Сжатие
NOCERA UMBRA-2 (40.990 с)						
	<i>Растяжение</i>	<i>Сжатие</i>	<i>Растяжение</i>	<i>Сжатие</i>	<i>Растяжение</i>	<i>Сжатие</i>
В верхней точке	0.540700 t=13.496 с	-0.729270 t=13.589 с	0.664030 t=13.702 с	-0.764950 t=13.604 с	0.589410 t=13.728 с	-0.646030 t=13.623 с
В нижней точке	1.372900 t=13.589 с	-1.020100 t=13.497 с	1.457700 t=13.604 с	-1.259300 t=13.702 с	1.232000 t=13.623 с	-1.114700 t=13.728 с
TOLMEZZO-DIGA AMBIESTA (46.535 с)						
	<i>Растяжение</i>	<i>Сжатие</i>	<i>Растяжение</i>	<i>Сжатие</i>	<i>Растяжение</i>	<i>Сжатие</i>
В верхней точке	0.508160 t=10.007 с	-0.622960 t=10.583 с	0.492690 t=8.945 с	-0.703570 t=10.61 с	0.533120 t=10.01 с	-0.711640 t=9.825 с
В нижней точке	1.130900 t=10.582 с	-0.938390 t=10.007 с	1.277700 t=10.609 с	-0.931990 t=8.952 с	1.304700 t=9.825 с	-0.984360 t=10.011 с

Duzce (Турция) землетрясение от 12.11.1999 г., 8 баллов по шкале MSK-64. Максимальное ускорение – 1.5822 м/с²; максимальная скорость – 0.10 м/с; максимальное

перемещение – 0.0147 м; продолжительность – 50.055 с.

Caivano 3 (Италия) землетрясение от 16.01.1981 г., 8 баллов по шкале MSK-64. Максимальное ускорение – 1.47 м/с²; максимальная скорость – 0.05 м/с; максимальное перемещение – 0.0029 м; продолжительность – 22.175 с.

Таблица 5

Изменение нормального напряжения во времени в элементе, расположенном в середине пролетного строения железнодорожного моста (землетрясение 8 баллов)

Напряжение	$k=2 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3$		$k=1 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3$		$k=0.5 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^3$	
	Duzce (50.055 с.)					
МПа	Растяжение	Сжатие	Растяжение	Сжатие	Растяжение	Сжатие
В верхней точке	0.309580 t=21.382 с	-0.304930 t=24.372 с	0.354680 t=21.391 с	-0.376690 t=21.506 с	0.426900 t=21.875 с	-0.496670 t=21.528 с
В нижней точке	0.549020 t=24.372 с	-0.577710 t=21.382 с	0.701410 t=21.507 с	-0.658680 t=21.391 с	0.928540 t=21.528 с	-0.795310 t=21.875 с
CAIRANO 3 (22.175 с.)						
МПа	Растяжение	Сжатие	Растяжение	Сжатие	Растяжение	Сжатие
В верхней точке	0.365490 t=5.304 с	-0.368500 t=5.02 с	0.485340 t=5.318 с	-0.391370 t=5.414 с	0.421590 t=5.347 с	-0.349540 t=5.458 с
В нижней точке	0.679090 t=5.02 с	-0.679480 t=5.304 с	0.728980 t=5.414 с	-0.903840 t=5.318 с	0.656030 t=5.457 с	-0.787130 t=5.347 с

Из таблиц 3–5 видно, что жесткость грунта под фундаментами моста неоднозначно влияет на максимальные значения нормального напряжения в середине пролетного строения железнодорожного моста. Это объясняется тем, что изменение жесткости грунта приводит к изменению частот собственных колебаний конструкции в целом, также сейсмические волны разных землетрясений имеют свои преобладающие частоты.

Было исследовано боковое перемещение моста (по оси Oy) во время землетрясения. Предполагалось, что пролетное строение поставлено на ригели без деформируемой связи. Для облегчения вычислений принята билинейная модель взаимодействия ригеля и точек пролетного строения на контакте с ригелем. Такая модель приближенно описывает процесс сухого трения пролетного строения и ригеля между собой в динамическом процессе, так как относительное перемещение за счет линейной связи составляет очень малую часть относительного перемещения в целом. В расчетах использованы значения коэффициента сухого трения: $f=0.1$; $f=0.2$; $f=0.4$ (рис.9).

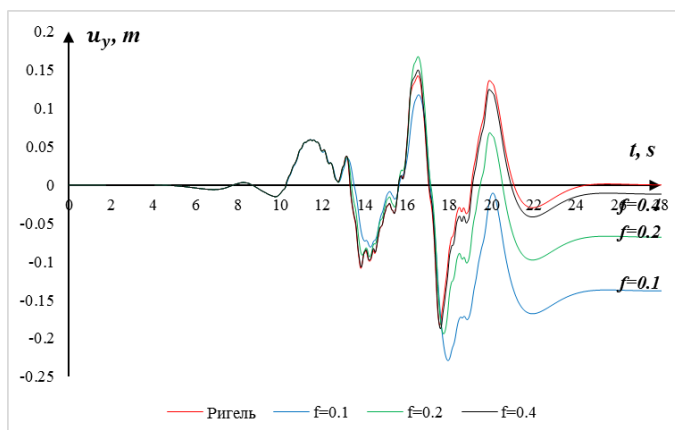


Рис.9. Изменения по времени поперечного смещения пролетного строения и ригеля при разных коэффициентах сухого трения

Предельное значение усилия определялось по формуле Кулона на основе статического давления пролетного строения на ригель, изменение этого давления по времени не учитывалось.

Максимальная разность перемещений пролетного строения и ригеля при $f=0.1$ равно 0.1666092 м, при $f=0.2$ равно 0.0714271 м, а при $f=0.4$ равно 0.01336 м (табл.6). Отсюда следует, безопасное значение коэффициента сухого трения между пролетным строением и ригелем железобетонного железнодорожного моста при очень сильных землетрясениях должно быть больше или равно 0.4, если отсутствуют ограничители бокового движения пролетного строения. Остаточный сдвиг после прохождения сейсмической волны составило: 0.138143 м при $f=0.1$, 0.0681626 м при $f=0.2$, 0.0120574 м при $f=0.4$.

Максимальная разность перемещений пролетного строения и ригеля

Коэффициент сухого трения	$f=0.1$	$f=0.2$	$f=0.4$
Разность	0.1666092 м	0.0714271 м	0.01336 м
Время	13.743 с	17.388 с	17.307 с
Остаточный сдвиг	0.138143 м	0.0681626 м	0.0120574 м

Вышеуказанные результаты сравнивались с величиной напряжений, допускаемых для классов бетона по нормативному документу ШНК 2.05.03-12. Для типовой балки железнодорожного моста длиной 11.5 м используется марка бетона В25 с допускаемым напряжением при сжатии 13 МПа, при растяжении 3.0–3.6 МПа. Согласно полученным нами результатам железнодорожный мост может получить повреждения при землетрясениях с интенсивностью более 9 баллов.

В случае виадука Болу опоры имеют размеры по высоте большие значения, поэтому во время землетрясения опоры за счет изгибных деформаций будут испытывать соответствующие перемещения. Вследствие чего появляются большие усилия в опорных частях, которые могут привести к их разрушению и переходу в состояние трения.

Заключение. По результатам расчетов, полученных на основании шести реальных записей землетрясений по сейсмостойкости железнодорожного моста длиной 29.6 м, расположенного на участке железной дороги “Навои–Бухара”, приходим к выводу, что нормальные напряжения в пролетных строениях соответствуют требованиям действующих нормативных документов.

Для предотвращения недопустимого значения перемещения пролетных строений в боковом направлении относительно ригеля требуется увеличить коэффициент сухого трения между ними или устанавливать ограничители боковых перемещений. Также для того, чтобы мост сохранял расстояние деформационных швов вдоль своей оси при воздействии землетрясения, необходимо ограничить продольное перемещение пролетного строения с одной стороны.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Кузнецова И.О., Уздин А.М., Долгая А.А., Фрезе М.В., Шульман С.А. Обеспечение сейсмостойкости железнодорожных мостов. Научный журнал // Наука и транспорт. Транспортное строительство. 2012, №4, С. 43-47.
- [2] Указ Президента Республики Узбекистан от 30.05.2022 г. № УП-144 “О мерах дальнейшего совершенствованию системы обеспечения сейсмической безопасности Республики Узбекистан”. Ташкент, 2022.
- [3] КМК 2.01.03-19. Строительство в сейсмических районах. Ташкент, 2019.
- [4] ШНК 2.01.20-16. Строительство транспортных сооружений в сейсмических районах. Ташкент, 2016.
- [5] ШНК 2.05.03-12. Мосты и трубы. Ташкент, 2012.
- [6] Shermukhamedov U., Mirzaev I, Karimova A., Askarova D. Calculation of the stress-strain state of monolithic bridges on the action of real seismic impacts. // (ISCMSTIAI-2022). Tashkent. Mart 4-5, 2022, pp. 314-321.
- [7] Рашидов Т.Р., Кузнецов С.В., Мардонов Б.М., Мирзаев И. Прикладные задачи сейсродинамики сооружений. Книга 1. Ташкент: Навруз, 2019, – 268 с.
- [8] Рашидов Т.Р., Кузнецов С.В., Мардонов Б.М., Мирзаев И. Прикладные задачи сейсродинамики сооружений. Книга 2. Ташкент: Навруз, 2021, –172 с.
- [9] Шермухамедов У.З. Гашение продольных сейсмических колебаний опор балочных мостов с сейсмоизолирующими опорными частями. Монография. Ташкент, 2020, –180 с.
- [10] Мирзаев И., Шермухамедов У.З. Каримова А.Б. Результаты расчетов монолитного путепровода, строящегося в Узбекистане, по записям реальных землетрясений. // Проблемы механики. 2021, №4, С. 18-25.
- [11] Buckle I., Constantinou M., Dicleli M., Ghasemi H. Seismic Isolation of Highway Bridges. // University at Buffalo. The State University of New York. 2016, – 194 p. – ISBN: 9781626239777.
- [12] Суконникова Т.В. Специальная сейсмозащита железнодорожных мостов: Дисс. на соискание уч.степени канд. тех. наук. Санкт-Петербург. 2016. – 155 с.
- [13] Уздин А.М., Мажиев Х.Н., Андреев Б.А., Андреева Е.И. Обеспечение сейсмостойкости железнодорожных мостов на основе демпфирующей сейсмоизоляции с применением фрикционно – подвижных болтовых соединений для обеспечения сейсмостойкости и их программная реализация в SCAD office // Научная газета Земля России, №77, – 175 с. URL: <https://ppt-online.org/938489>
- [14] Shermukhamedov U., Shaumarov S., Uzdin A. Use of seismic insulation for seismic protection of railway bridges / Conference: E3S Web of Conferences. 2022, Vol. 264. URL: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202126402001>
- [15] Forcellini D., Alzabeebee S. Seismic fragility assessment of geotechnical seismic isolation (GSI) for bridge configuration // Bulletin of Earthquake Engineering, 2022. URL: <https://doi.org/10.1007/s10518-022-01356-5>

- [16] Goldstein R.V. Continuum models in the dynamics of granular media // Review. Vych. Mech.Solid. Media. 2015, № 8(1), pp. 35-59.
- [17] Norris A.N., Johnson D.L. Nonlinear elasticity of granular media // Journal Appl. Mech, 1997, Vol. 64, pp. 39-49.
- [18] Morozov N.F. Seismic barriers for protection against surface and head waves // MTT. Izv. RAS, 2021, № 6, pp. 36-47.
- [19] Sen S. Solitary waves in the granular chain // Phys. Rep, 2008, Vol. 462, pp. 21-66.
- [20] Dudchenko A.V. Vertical wave barriers for vibration reduction. // Arch. Appl. Mech. 2021, № 91(1), pp. 257-276.
- [21] Qiu B. Study on Vibration Isolation by Wave Barrier and Protection of Existing Tunnel under Explosions // PhD thesis INSA Lyon. 2014.
- [22] Teyssandier J.P. Rion Antirion: le pont qui defie les seismes. La Recherche. 2000, Vol. 334, pp. 42-46.
- [23] Borja R.I., Lee S.R. Cam-Clay plasticity. Part I: Implicit integration of elasto-plastic constitutive relations. // Computer methods in applied mechanics and engineering. 1990, Vol. 78, pp. 49-72.
- [24] Bedon Ch., Morassi A. Dynamic testing and parameter identification of a base-isolated bridge. // Engineering Structures. 2014, Vol. 60, pp. 85-99. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.12.017>
- [25] Mirzaev I., Yuvmitov A., Turdiev M., Shomurodov J. Influence of the Vertical Earthquake Component on the Shear Vibration of Buildings on Sliding Foundations. // Conference: E3S Web of Conferences. 2021, Vol. 264.
- [26] Mirzaev I., Turdiev M. Vibrations of Buildings with a Sliding Foundation Having Lateral Yielding Contact under Real Seismic Impacts. // Conference: AIP Conference Proceedings. 2022. URL: <https://doi.org/10.1063/5.0089584>
- [27] Ambraseys N. N., Smit P., Douglas J., Margaris B., Sighjörnsson R., Ólafsson S., Suhadolc P., Costa G. Internet site for European strong-motion data // Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata. 2004, Vol. 45(3).
- [28] Chopra A.K. Dynamics of structures. Theory and applications to earthquake engineering. Fourth edition / University of California at Berkeley, 2012, – 944 p.

Дата поступления
04.11.2022

И. Мирзаев, Д.С. Аскарова. Зилзила таъсирида ночизиқли деформацияланувчи таянч қисмли темир йўл темирбетон кўпригининг фазовий тебранишлари.

Аннотация: Ушбу мақолада мавжуд зилзила ёзувлари асосида темирбетон темир йўл кўпригининг сейсмик чидамлилигини ҳисоблаш хусусиятлари кўриб чиқилган. Винклер туридаги модела мувофиқ кўприк пойдеворининг ер билан ўзаро таъсирини ҳисобга олган ҳолда муаммони дискретлаштириш учун чекли элемент ва чекли фарқ усуллари қўлланилади. Шунингдек кўприкнинг таянч қисмларининг чизиқли бўлмаган деформацияси ҳам ҳисобга олинади. Ҳисоб-китоб намунаси сифатида Навоий–Бухоро темир йўл участкасида жойлашган перегондаги узунлиги 29.6 метр бўлган темир йўл кўприги танлаб олинди. 6 хил зилзила ёзувлари асосида кўприк элементларининг кучланганлик–деформацияланган ҳолатини таҳлил қилиш амалга оширилди. Ён томон йўналишида оралиқ қурилма ва ригелнинг қуруқ ишқаланиши билан силжиши ҳолати кўриб чиқилади. 9 баллдан ортиқ зилзила учун ҳисоб-китобларда кўриб чиқилган темир йўл кўпригининг силжишлари ва кучланиши қийматлари қабул қилинган меъёрларга мос келишини кўрсатди.

Калим сўзлар: темир йўл кўприги; сейсмоҳимоя; оралиқ қурилма; таянч; зилзилаларнинг мавжуд ёзувлари.

I. Mirzaev, D.S. Askarova. Spatial vibrations of a railway reinforced concrete bridge with non-linear deformation of its supporting part during earthquakes.

Abstract: This paper deals with the specifics of calculating the earthquake resistance of reinforced concrete railway bridges using real earthquake records. The finite element and finite difference methods are used to discretize the problem taking into account the interaction of the bridge foundation with the soil using the Winkler-type model. Nonlinear deformation of the bridge abutments is also taken into account. As a calculation example, a 29.6 m long railway bridge in a span located on Navoi–Bukhara railway section is selected. An analysis of the stress-strain state of the bridge elements was carried out from the records of six earthquakes. The case of displacement with dry friction of span structure on ledgers in lateral direction is considered. The shifts and stresses of the considered railway bridge in calculations for an earthquake of more than 9 points have shown that their values correspond to the accepted norms.

Keywords: railway bridge; seismic protection; span; support; real earthquake records.

СВЯЗАННАЯ ЗАДАЧА О СОУДАРЕНИИ ЖЕСТКОГО ТЕЛА, ДВИГАЮЩЕГОСЯ С ПОСТОЯННОЙ СКОРОСТЬЮ, И ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОГО СТЕРЖНЯ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

Бегматов А.

Национальный Университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан

E-mail: begmatov_ab@rambler.ru

Аннотация: В работе исследуется связанная задача о соударении движущихся навстречу друг другу с постоянными скоростями стержня конечной длины из вязкопластического несжимаемого материала и жесткого тела, которые продолжают двигаться с постоянной скоростью и после соударения. Задача со свободной границей, сформулированная на основе предложенного определяющего соотношения термовязкопластического материала стержня, редуцируется с использованием видоизмененного метода Кармана-Польгаузена к задаче Коши для системы трех нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Путем анализа задачи Коши выявлен характер поведения части стержня, подверженной вязкопластическому деформированию. Проведен анализ численных результатов.

Ключевые слова: удар; модель Максвелла; термовязкопластичность; свободная граница; определяющее соотношение; параметр Сен-Венана.

Введение. Механика контактного взаимодействия твердых тел является одной из актуальных областей механики деформируемого твердого тела. Одним из важных направлений механики контактного взаимодействия является теория удара и соударения твердых тел. Многочисленные исследования посвящены различным задачам удара и соударения упругих и упругопластических тел [1–9]. В данной работе исследуется соударение жесткого тела и стержня конечной длины из термовязкопластического несжимаемого материала, движущихся навстречу друг другу с постоянными скоростями.

Определяющее соотношение материала стержня и основные дифференциальные уравнения.

Время t будем отсчитывать от момента соударения, а ось Ox направим вдоль оси стержня. Пусть до соударения стержень двигался поступательно в направлении своей оси со скоростью $-v_c$, а жесткое тело – с постоянной скоростью v_T в положительном направлении оси Ox . Полагается, что жесткое тело продолжает двигаться с той же скоростью v_T и после соударения ($t > 0$). Часть поверхности ударяющего тела и сечение стержня ($x=0$), соприкасающиеся друг с другом, предполагаются плоскими и совершенно гладкими.

Будем рассматривать одномерное движение, то есть напряжение, скорость и другие параметры считаются осредненными по сечению стержня. При этом, как известно, уравнение движения имеет вид [10]

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}, \quad (1)$$

где $v(x,t)$ – скорость движения сечений стержня, $\sigma = \sigma(x,t)$ – напряжение, ρ – плотность материала стержня.

В случае изотермического соударения принимаем, что определяющее соотношение материала вязкопластического стержня имеет вид [1–3]

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \begin{cases} \frac{\sigma + \sigma_0}{\mu^*}, & (|\sigma| > \sigma_0) \\ 0, & (|\sigma| \leq \sigma_0) \end{cases}, \quad (2)$$

где $\sigma_0 > 0$ – предельное напряжение, μ^* – вязкость материала.

Соотношение (2) следует из предложенной Максвеллом модели упруго-вязкого материала [11]

$$\frac{d\sigma}{dt} = E^* \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{\sigma}{\tau},$$

где E^* – упругая постоянная, $\tau = \mu^*/E^*$ – «время релаксации» тела, если полагать, что постоянная упругости E^* бесконечно большая и стержень изготовлен из вязкопластического материала. Согласно модели Максвелла материал ведет себя подобно упругому телу, если время приложения силы мало по сравнению со временем релаксации. Примем, что в случае неизотермического процесса материал ведет себя подобно теплоупругому телу, подчиняющемуся закону Дюгамеля-Неймана. Тогда “тело Максвелла” будет определяться соотношением:

$$\frac{d}{dt}(\sigma + (3\lambda + 2\mu)\alpha(T - T_0)) = E^* \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{\sigma}{\tau},$$

где λ, μ – параметры Ламе, α – коэффициент теплового расширения, T_0 – начальная температура.

Последнее соотношение при $E^* \rightarrow \infty$ примет вид

$$\sigma = \mu^* \frac{d}{dt}[\varepsilon - \alpha^*(T - T_0)], \quad \alpha^* = \frac{3\alpha K}{E^*} \Big|_{E^* \rightarrow \infty},$$

где $K = \lambda + \frac{2}{3}\mu$ – модуль объемного сжатия.

Отсюда следует, что в случае неизотермического процесса определяющее соотношение материала термовязкопластического стержня можно записать в виде

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \alpha^* \frac{\partial T}{\partial t} = \begin{cases} \frac{\sigma + \sigma_0}{\mu^*}, & (|\sigma| \geq \sigma_0) \\ 0, & (|\sigma| < \sigma_0) \end{cases}. \quad (3)$$

Примечание. Если E^* равен модулю упругости E , то $\alpha^* = \frac{\alpha}{3(1 - 2\nu)}$, где ν – коэффициент Пуассона.

В случае мгновенного удара стержень разделяется при $t > 0$ в силу (3) на две части: часть стержня, примыкающая к ударяемому концу ($0 \leq x \leq x_0(t)$, $x_0(0) = 0$), где происходит вязкопластическое течение и остальная часть ($x_0(t) \leq x \leq l$), которая движется как твердое тело. Поэтому подставляя (3) в уравнение движения (1) получаем

$$\frac{\partial v}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \alpha^* \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial t} \right), \quad 0 < x < x_0(t), \quad a^2 = \frac{\mu^*}{\rho}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad x_0(t) < x < l, \quad t > 0. \quad (5)$$

В жесткой области согласно (5) имеем

$$v = -v_0(t), \quad (x_0(t) \leq x \leq l, \quad x(0) = 0), \quad v_0(0) = v_c, \quad (6)$$

где $-v_0(t)$, подлежащая определению скорость движения жесткой области стержня.

Уравнение движения жесткой области имеет вид

$$M_0 \frac{dv_0(t)}{dt} = \sigma(x_0(t) + 0, t) \cdot F_c, \quad M_0 = \rho(l - x_0(t)) \quad (7)$$

где M_0 – масса жесткой области стержня, F_c – площадь поперечного сечения стержня.

Уравнение распространения тепла в случае связанной задачи, при малых изменениях температуры ($\theta/T_0 \ll 1$), имеет вид [12]

$$\rho c_v \frac{\partial \theta}{\partial t} = k \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \beta(3\lambda + 2\mu)\alpha T_0 \frac{\partial}{\partial t} I_1(\varepsilon), \quad 0 < x < x_0(t), \quad t > 0 \quad (\theta = T - T_0), \quad (8)$$

$$\rho c_v \frac{\partial \theta}{\partial t} = k \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}, \quad x_0(t) < x < l, \quad t > 0$$

где $I_1(\varepsilon)$ – первый инвариант тензора деформаций; T – температура, T_0 – её начальное значение; c_v – удельная теплоемкость, k – коэффициент теплопроводности; $\beta=0$ – несвязанная, а $\beta=1$ – связанная задача термовязкопластичности.

С учетом равенства $\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial t} I_1(\varepsilon)$, которое в случае малых деформаций следует из уравнения неразрывности, уравнения (8) можно записать в виде

$$\rho c_v \frac{\partial \theta}{\partial t} = k \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \beta(3\lambda + 2\mu)\alpha T_0 \frac{\partial v}{\partial x} (1 - H(x - x_0(t))), \quad 0 < x < l, \quad t > 0, \quad (9)$$

где $H(x)$ – функция Хевисайда.

Постановка задачи. Требуется найти решение системы уравнений (4), (7) и (9), а также функцию $x_0(t)$ – границу раздела вышеупомянутых двух частей стержня, удовлетворяющих условиям:

$$v(0, t) = v_T = const., \quad t > 0, \quad (10)$$

$$v((x_0) - 0, t) = v((x_0) + 0, t) = -v_0(t), \quad t > 0; \quad v_0(0) = v_C, \quad (11)$$

$$\sigma(x_0(t) - 0, t) = \sigma(x_0(t) + 0, t) = -\sigma_0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial v(x_0(t) - 0, t)}{\partial x} = 0, \quad (13)$$

$$\theta|_{t=0} = 0, \quad 0 < x < l; \quad \theta|_{x=0} = \theta_0 = const. > 0, \quad t > 0, \quad (14)$$

$$\theta|_{x=l} = \theta_0 = const. > 0, \quad t > 0; \quad \left(k \frac{\partial \theta}{\partial x} + \lambda_0 \theta \right) \Big|_{x=l} = 0, \quad t > 0., \quad (15)$$

где (15) – условие теплообмена стержня с окружающей средой температура которой совпадает с начальной температурой стержня; λ_0 – коэффициент теплоотдачи стержня.

Примечание. В частном случае $v_T=0$ следует постановка связанной задачи об ударе вязкопластического стержня о жесткую преграду, которая для изотермического процесса рассмотрена в работах [1–3].

Введем безразмерные переменные следующим образом:

$$u(\xi, \tau) = \frac{v(x, t)}{V}, \quad \xi = \frac{x}{l}, \quad \tau = \frac{a^2 t}{l^2}, \quad \xi_0(\tau) = \frac{x_0(t)}{l}, \quad u_0(\tau) = \frac{v_0(t)}{V}, \quad \Theta = \frac{\theta}{\theta_0}, \quad (16)$$

где V и $\theta_0 = const > 0$ – характерные скорость и температура соответственно.

При этом уравнения (4), (7), (9) и условия (10)–(15) примут вид

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} - \beta_1 \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi \partial \tau}, \quad 0 < \xi < \xi_0(\tau), \quad \beta_1 = \frac{3\alpha K \theta_0}{\rho l V}, \quad (17)$$

$$\frac{du_0}{d\tau} = -\frac{s}{1 - \xi_0(\tau)}, \quad \xi_0(\tau) < \xi < 1, \quad \tau > 0, \quad (18)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{a_\tau^2}{a^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} - \beta \beta_2 \frac{\partial u}{\partial \xi} (1 - H(\xi - \xi_0(t))), \quad 0 < \xi < 1, \quad \beta_2 = \frac{3\alpha K T_0 l V}{\rho c_v \theta_0 a^2}, \quad (19)$$

$$u(0, \tau) = 1, \quad \tau \geq 0, \quad (20)$$

$$u(\xi_0(\tau), \tau) = -u_0(\tau), \quad \frac{\partial u(\xi_0(\tau), \tau)}{\partial \xi} = 0., \quad (21)$$

$$u_0(0) = \frac{v_C}{V} = V_0, \quad (22)$$

$$\Theta|_{t=0} = 0, \quad 0 \leq \xi \leq 1; \quad \Theta|_{\xi=0} = \Theta_1(\tau) > 0, \quad \tau > 0; \quad \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \xi} + \frac{l \lambda_0}{k} \Theta \right) \Big|_{\xi=1} = 0. \quad (23)$$

где уравнение (18) получено с учетом условия (12); $s = \frac{\sigma_0 l}{\mu \nu_T}$ – параметр Сен-Венана,

$a_T^2 = \frac{k}{\rho c_v}$ – коэффициент температуропроводности, $V = \nu_T$.

Приближенное решение задачи. Таким образом, рассматриваемая задача соударения свелась к решению нелинейной задачи с неизвестной подвижной границей – уравнений (17)–(19) при условиях (20)–(23).

Рассмотрим вначале несвязанную задачу ($\beta=0$). В этом случае задача расщепляется и уравнение (19) для температуры принимает вид

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \lambda^2 \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2}, \quad 0 < \xi < 1, \quad \tau > 0, \quad \lambda = \frac{a_T}{a}. \quad (24)$$

Как известно, в случае закона Фурье тепло распространяется с бесконечно большой скоростью. Однако в любой конечный момент времени практически значимое изменение температуры имеет место лишь на конечном расстоянии от источника теплового возмущения. Поэтому при достаточно малых значениях времени стержень можно считать полуограниченным и третье условие (23) заменить на условие $\Theta_{\xi \rightarrow \infty} = 0$, $\tau \geq 0$. В этом случае решение уравнения (24), имеющего вид

$$\Theta(\xi, \tau) = \int_0^\tau \Theta_1(\tau') \frac{\xi}{2\lambda\sqrt{\pi(\tau-\tau')}} \exp\left[-\frac{\xi^2}{4\lambda^2(\tau-\tau')}\right] \frac{d\tau'}{\tau-\tau'} \quad (25)$$

можно использовать ($\beta=0$) в качестве приближенного решения задачи (19), (23), если выполняется следующее неравенство

$$\Theta(1-\varepsilon_0, \tau) \leq \max \Theta_1(\tau) \operatorname{erfc}\left(\frac{1-\varepsilon_0}{2\lambda\sqrt{\tau}}\right) \leq \varepsilon, \quad (26)$$

где ε – допускаемая погрешность; ε_1 – сколь угодно малая величина и $1 \gg \varepsilon_0 \geq \varepsilon_1 > 0$.

Пусть, например, $\varepsilon = 0.001$, $\max \Theta_1(\tau) = 0.1$. Тогда неравенство (26) выполняется, если $\sqrt{\tau} \leq (1-\varepsilon_0)/4\lambda$ ($\lambda = a_T/a$ – достаточно малая величина). Из полученных ниже результатов следует, что в рассматриваемой задаче это условие выполняется.

Сформулированную задачу будем решать методом интегральных соотношений [1,3,13] применительно к рассматриваемой задаче. При этом в первом приближении решение уравнения (17) найдено в виде

$$u_1(\xi, \tau) = a_0(\tau) + a_1(\tau) \frac{\xi}{\xi_0(\tau)} + a_2(\tau) \left(\frac{\xi}{\xi_0(\tau)}\right)^2, \quad (27)$$

где $a_0(\tau)$, $a_1(\tau)$, $a_2(\tau)$ и $\xi_0(\tau)$, ($\xi_0(0)=0$) подлежащие определению неизвестные функции.

Заметим, что обычно уже первое приближение метода интегральных соотношений дает удовлетворительные результаты [2, 3, 13, 14].

Полагается, что искомое решение удовлетворяет уравнение (17) в среднем, т.е. следующее интегральное соотношение

$$\int_0^{\xi_0(\tau)} \left[\frac{\partial u_1}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 u_1}{\partial \xi^2} + \beta_1 \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi \partial \tau} \right] d\xi = 0.$$

Удовлетворяя условия (20) и (21), находим $a_1 = -2(a_0 + u_0)$, $a_2 = -(a_0 + u_0)$, $a_0 = 1$, где $u_0(\tau)$ искомое решение задачи Коши (18), (22).

Подставляя a_0 , a_1 и a_2 в (27), а (27) в интегральное соотношение и выполняя интегрирование, получаем

$$\frac{d\xi_0^2}{d\tau} = 12 + 4\xi_0^2 \frac{4\xi_0^2}{(a_0 + u_0)} \frac{du_0}{d\tau} - 6\beta_1 \frac{\xi_0}{(a_0 + u_0)} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} \Big|_0^{\xi_0(\tau)}, \quad (28)$$

где $\Theta(\xi, \tau)$ определена формулой (25).

Таким образом, рассматриваемая несвязанная задача свелась к определению двух функций $u_0(\tau)$ и $\xi_0(\tau)$ – решений задачи Коши для системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (18) и (28), удовлетворяющих соответственно начальным условиям

$$u_0(0) = \frac{V_C}{V} = V_0, \quad \xi_0(0) = 0. \quad (29)$$

Прежде чем приступить к численному решению задачи выявим поведение функции $\xi = \xi_0(\tau)$, описывающую закон движения границы раздела двух вышеупомянутых частей стержня. Поскольку основным фактором, определяющим поведение $\xi_0(\tau)$ является изотермическое соударение, полагаем, что $\beta_1 = 0$.

Полагаем также, что параметр Сен-Венана конечная и положительная величина ($0 < s_0 \leq s < \infty$). Тогда согласно (18) и (28), (29) имеют место следующие предельные равенства:

$$\begin{aligned} \frac{du_0}{d\tau} \rightarrow -s, \quad \frac{d\xi_0^2}{d\tau} \rightarrow 12 \quad \text{при} \quad \xi_0 \rightarrow 0; \\ \frac{du_0}{d\tau} \rightarrow -\infty, \quad \frac{d\xi_0^2}{d\tau} \rightarrow -\infty \quad \text{при} \quad \xi_0 \rightarrow 1. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что функция $\xi_0(\tau)$ вначале возрастает до некоторого момента $\tau = \tau_m$, затем начинает убывать и в некоторый момент времени $\tau = \tau_0 > \tau_m$ обращается в нуль, т.е. область вязкопластического деформирования исчезает.

В случае связанной задачи ($\beta = 1$) приближенное решение уравнения (19) аналогично (27) будем искать в виде

$$\bar{\theta}(\xi, \tau) = \bar{\theta}_0 \operatorname{erfc} \left(\frac{\xi}{2\lambda\sqrt{\tau}} \right) + \varphi(\tau) \frac{\xi}{\xi_0} \left(1 - \frac{\xi}{\xi_0} \right)^2, \quad (30)$$

которое согласно принятому методу должно удовлетворять следующему интегральному соотношению

$$\int_0^{\xi_0(\tau)} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} - \lambda^2 \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + \beta_2 \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) d\xi = 0$$

Подставляя (30) и выполняя интегрирование с учетом граничных условий (21), получаем следующее обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d\varphi}{d\tau} + \varphi(\tau) \frac{\frac{d\xi_0^2}{d\tau} + 24\lambda^2}{2\xi_0} + 12\beta \frac{u_0(\tau) + 1}{\xi_0} = 0, \quad \varphi(0) = 0. \quad (31)$$

Таким образом, связанная задача свелась к задаче Коши для системы трех нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (18), (28) и (31) при начальных условиях (29). Задача Коши решена методом Рунге-Кутты с использованием системы Maple.

Численные расчеты и анализ результатов. Расчеты проведены для случая мгновенного изменения температуры при следующих значениях параметров:

$$\beta_1 = 1, \quad \beta_2 = 0.01, \quad a_T^2 = 10^{-5} \frac{M^2}{\text{сек}}, \quad a^2 = 10^4 \frac{M^2}{\text{сек}}.$$

Результаты расчетов подтверждают вышеприведенный анализ поведения функции $\xi_0(\tau)$ (см. рис. 1–3).

Продолжительность ($\tau=\tau_0$) существования области вязкопластического деформирования ($0<\xi(\tau)<\xi_0(\tau)$) связанной задачи зависит от s -параметра Сен-Венана и от отношения скорости стержня и жесткого тела ($u_0(0)=v_0/v_T=V$) в момент соударения (см. рис. 1).

Чем больше V_0 , тем больше продолжительность τ_0 существования области вязкопластического деформирования как при $s=0.5$, так и при $s=5$. Аналогичная картина имеет место при уменьшении s независимо от V_0 (см. рис.1). Однако изменение температуры практически не влияет на максимальный размер области вязкопластического деформирования стержня, который увеличивается с уменьшением параметра Сен-Венана (рис.1).

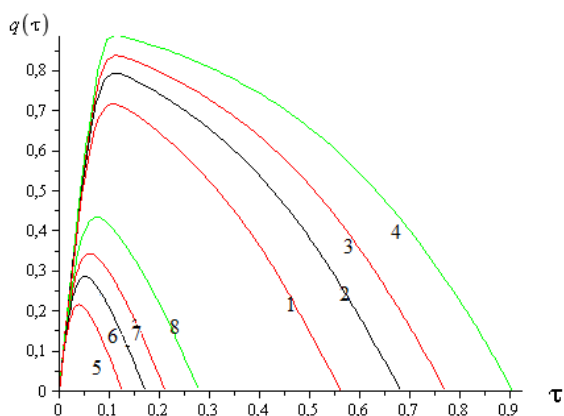


Рис. 1. Изменение $q(\tau)$ при $s=0.5$ и $s=5$: 1–4 – ($V_0=0, 0.5, 1, 2$), $s=0.5$; 5–8 – ($V_0=0, 0.5, 1, 2$), $s=5$

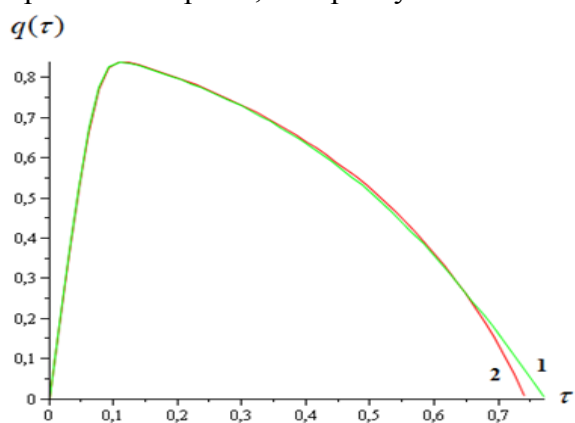


Рис. 2. Изменение $q(\tau)$ при $s=0.5$; $V_0=1$: 1 – связанная задача, 2 – ($T=T_0$)

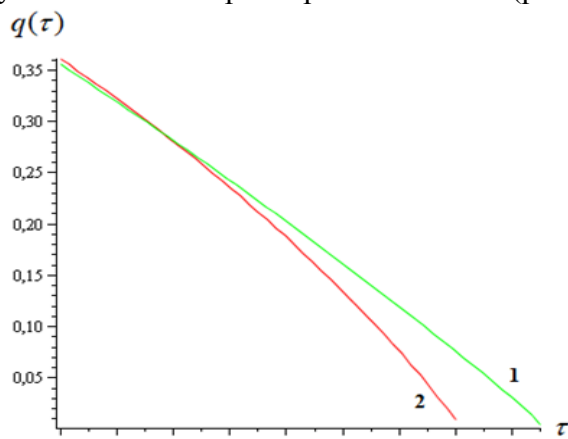


Рис. 3. Изменение $q(\tau)$ ($0.60 \leq \tau \leq 0.77$) при $s=0.5$, $V_0=1$: 1 – связанная задача, 2 – ($T=T_0$)

Сравнение с изотермическим случаем показывает (рис.2 и рис.3), что при малых значениях параметра Сен-Венана ($s=0.5$) взаимовлияние температуры и деформации приводит к небольшому увеличению продолжительности существования области вязкопластического деформирования.

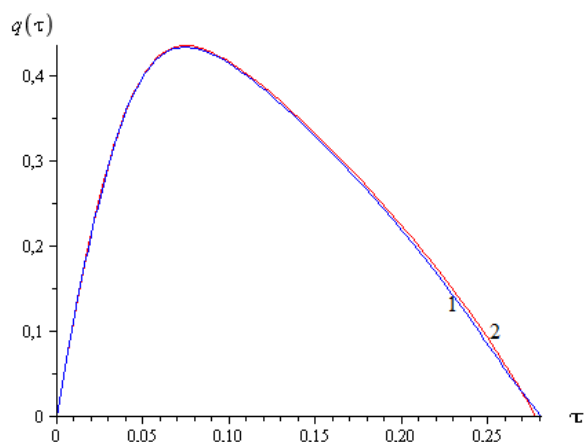


Рис.4. Изменение $q(\tau)$ при $s=5$: 1 – связанная задача, 2 – ($T=T_0$)

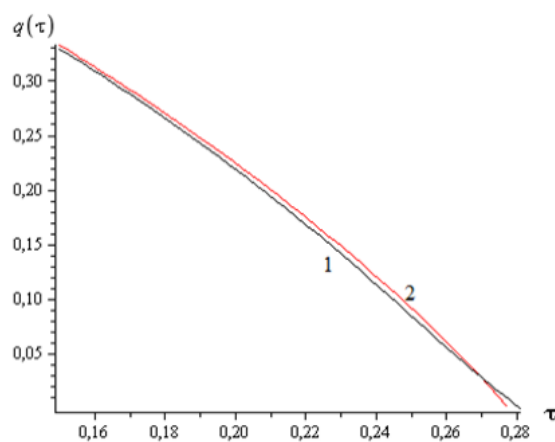


Рис. 5. Изменение $q(\tau)$ ($0.15 \leq \tau \leq 0.28$) при $s=5$; $V_0=1$: 1 – связанная задача, 2 – ($T=T_0$)

На рис.3 (рис.5) приводится фрагмент рис.2 (рис. 4) в увеличенном масштабе. В случае больших значений параметра Сен-Венана наблюдается обратная картина – незначительное уменьшение τ_0 (рис.4 и рис.5), что происходит из-за малой продолжительности вязкопластического деформирования.

Увеличение τ_0 – продолжительности существования области термовязкопластического деформирования происходит также при уменьшении s -параметра Сен-Венана и при увеличении $u_0(0)=V_0$ (табл. 1).

Тем не менее, даже при достаточно больших значениях V_0 (порядка 5) и очень малых s (порядка 10^{-2}) $\tau_0 < 3$. Нетрудно показать, что при этом условие (26) выполняется.

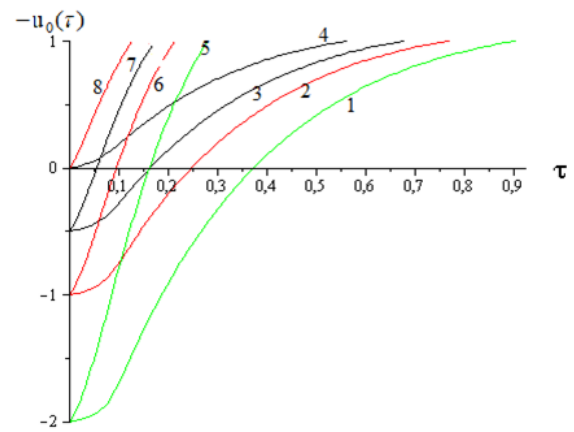


Рис.6. Изменение скорости жесткой части стержня при $s=0.5$ и $s=5$: линии 1,2,3,4 – ($s=0.5$); 5,6,7,8 – ($s=5$)

Таблица 1

Изменение τ_0 в зависимости от s и V_0					
s	V_0	0.5	1.0	2	5
0.5	τ_0	0.681	0.771	0.905	1.151
0.1	τ_0	1.234	1.342	1.531	1.774
0.01	τ_0	2.151	2.271	2.439	2.731

На рис.6 приведены графики изменения скорости $\left(\frac{v(\xi_0(\tau), \tau)}{V} = -u(\xi_0(\tau), \tau) = -u_0(\tau) \right)$ жесткой части стержня.

В случае $u_0(0) > 0$ жесткая часть стержня продолжает двигаться при $\tau > 0$ не меняя направление с монотонно убывающей до нуля скоростью. Затем жесткая часть стержня меняет направление движения (рис.6, кривые 1, 2, 3, 5, 6, 7) и её скорость при $\tau \rightarrow \tau_0$ стремится к единице, что согласуется с граничным условием (21). В случае $u_0(0) = 0$, т.е. при ударе жесткого тела по неподвижному вязкопластическому стержню жесткая часть стержня начинает при $\tau > 0$ двигаться с монотонно возрастающей скоростью (рис. 6, кривые 4 и 8), до $\tau = \tau_0$ – момента достижения скорости соударяющегося жесткого тела ($u(0, \tau)|_{\tau \rightarrow \tau_0} = 1$). Таким образом, в момент $\tau = \tau_0$ заканчивается процесс вязкопластического деформирования ($\dot{\xi}_0(\tau)|_{\tau \rightarrow \tau_0} = 0$).

Сравнение изменения $q(\tau)$ и τ_0 в случаях связанной и несвязанной задач приведены на рис.7 ($s=0.01$) и рис.6 ($s=0.5$).

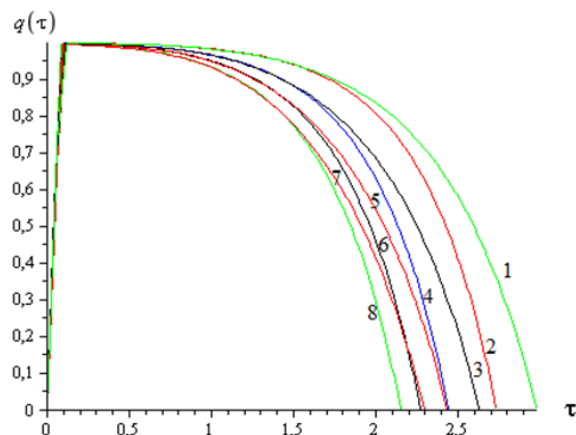


Рис. 7. Изменение $q(\tau)$ при $s=0.01$: 1,3,5,7 – несвязанная задача; 2,4,6,8 – связанная задача

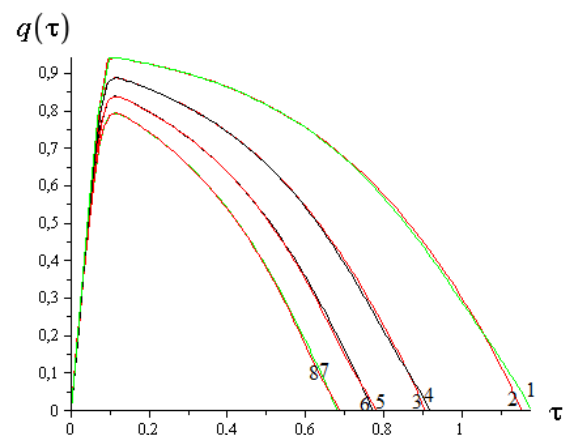


Рис. 8. Изменение $q(\tau)$ при $s=0.5$: 1,3,5,7 – несвязанная задача; 2,4,6,8 – связанная задача

Сравнение изменения τ_0 в случаях связанной, несвязанной задач и изотермического соударения приведены в табл.2.

Таблица 2

Изменение τ_0 в зависимости от s и V_0 1 – связанная задача, 2 – несвязанная, 3 – изотермическая ($T=T_0$)

s		V_0	0.5	1.0	2	5
0.5	1	τ_{01}	0.68	0.77	0.91	1.15
	2	τ_{02}	0.69	0.78	0.92	1.17
	3	τ_{03}	0.66	0.74	0.86	1.08
0.01	1	τ_{01}	2.15	2.27	2.44	2.73
	2	τ_{02}	2.29	2.43	2.63	2.97
	3	τ_{03}	1.91	2.00	2.14	2.34

Таким образом, на основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1) при $\tau > 0$ стержень разделяется аналогично случаю мгновенного удара о жесткую преграду [1] на две части: часть стержня, примыкающая к ударяемому концу ($0 \leq \xi \leq \xi_0(\tau)$, $\xi_0(0)=0$), где происходит вязкопластическое течение и оставшая часть ($\xi_0(\tau) \leq \xi \leq 1$), которая движется как твердое тело. Длина области вязкопластического деформирования $\xi_0(\tau)$ монотонно увеличивается до некоторого момента $\tau = \tau_M$, затем (при условии $s \geq s_0 \geq 0$, s_0 – сколь угодно малое число), монотонно уменьшаясь, стремится к нулю ($\xi_0(\tau)|\tau \rightarrow \tau_0$), и вязкопластическое деформирование завершается;

2) продолжительность τ_0 вязкопластического деформирования существенно зависит от параметра Сен-Венана s и V_0 – отношения скорости стержня и жесткого тела в момент соударения: чем больше параметр s , тем меньше τ_0 , но, чем больше V_0 , тем больше τ_0 ;

3) взаимовлияние температуры и деформации в связанной задаче и влияние температуры в несвязанной задаче, в основном, сказывается на продолжительности существования области вязкопластического деформирования τ_0 : при больших значениях параметра s (порядка 5) происходит весьма незначительное уменьшение τ_0 по сравнению с изотермическим соударением и наоборот;

4) в случае малых значений параметра s порядка 0.5 происходит небольшое увеличение τ_0 . Лишь при очень малых s порядка 10^{-2} увеличение τ_0 может быть значительным.

Заключение. Предложено определяющее соотношение термовязкопластического материала модели стержня. Сформулирована постановка связанной задачи о соударении жесткого тела и вязкопластического стержня конечной длины, двигающихся навстречу друг к другу с постоянными скоростями.

Показано, что на некотором отрезке времени задачу теплопроводности с учетом влияния деформации стержня конечной длины с требуемой точностью можно заменить задачей для полуограниченного стержня. Используя видоизменение метода Кармана-Польгаузена, задача редуцируется к задаче Коши для системы трех нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Путем анализа задачи Коши выявлен характер поведения части стержня, подверженной вязкопластическому деформированию. Проведен анализ результатов численных расчетов, приведенных в виде графиков и таблиц.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Баренблатт Г.И., Ишлинский А.Ю. Об ударе вязко-пластического стержня о жесткую преграду // ПММ. 1962, Т. XXVI.
- [2] Ишлинский А.Ю., Ивлев Д.Д. Математическая теория пластичности. Москва. Физматгиз, 2001, –707 с.
- [3] Бегматов А, Хусанова Б.Б. К задаче об ударе вязкопластического стержня о жесткую преграду / Материалы международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий»: Ташкент, 2014.
- [4] Битюрин А. Математическое моделирование амплитуды поперечных колебаний однородных стержней при продольном ударе // Известия РАН. Механика твердого тела. 2021, № 2, С. 98–109.
- [5] Битюрин А. Моделирование максимального прогиба ступенчатого стержня, имеющего начальную кривизну, при ударе о жесткую преграду // Известия РАН. Механика твердого тела. 2019. №5. С. 131–141.
- [6] Шацкий И.П., Перепичка В.В. Распространение ударной волны в упругом стержне с вязкопластическим внешним сопротивлением // Прикладная механика и теоретическая физика. 2013, Т. 54, № 6.
- [7] Никитин Л.В. Статика и динамика твердых тел с внешним сухим трением. Москва. Московский лицей, 1998, –272с.
- [8] Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. Перевод с английского. Москва, Мир, 1989.
- [9] Кильчевский Н.А. Теория соударения твердых тел. Киев, Наукова думка, 1969, –246 с.
- [10] Новацкий В. Волновые задачи теории пластичности. Пер. с польск. Москва. Мир, 1978.
- [11] Кольский Г. Волны напряжения в твердых телах. Пер. с англ. Москва. Иностранная литература, 1955, –194с.

- [12] *Новацкий В.* Динамические задачи термоупругости. Пер. с польск. Москва. Мир., 1970
- [13] *Баренблатт Г.И.* О некоторых приближенных методах в теории одномерной нестационарной фильтрации // Изв. АН СССР. Сер. техн. наук. 1954, №9, С.35-49.
- [14] *Бегматов А.* Об одном решении задачи плоскопараллельного напорно-безнапорного движения // ПМТФ. 1970, №1, С.186-188.

Дата поступления
20.02.2023

Бегматов А. Ўзгармас тезлик билан ҳаракат қилаётган қаттиқ жисм ва узунлиги чекли ёпишқоқпластик стерженнинг ўзаро зарбаси тўғрисидаги боғланган масала.

Аннотация: Мақолада бир-бирига қарши йўналишида ўзгармас тезлик билан ҳаракат қилаётган ёпишқоқ-пластик материалдан ясалган узунлиги чекли стержень ва тўқнашувдан кейин ҳам ўзгармас тезлик билан ҳаракатланувчи тенгламалари - стержень материалнинг модели таклиф қилинган. Мазкур модел асосида қўйилган эркин чегарали масала бироз ўзгартирилган Карман-Польгаузен усулидан фойдаланиб, учта чиқиқсиз оддий дифференциал тенгламалар системаси учун Коши масаласига келтирилган. Коши масаласини тахлил қилиш йўли билан стерженнинг ёпишқоқ-пластик деформация содир бўладиган қисми қандай ҳаракат қилиши аниқланган. Олинган сонли натижалар тахлили келтирилган.

Калим сўзлар: зарба; Максвелл модели; термоёпишқоқпластиклик; эркин чегара; аниқловчи муносабатлар; Сен-Венан параметри.

Begmatov A. *Coupled problem on the collision of a rigid body and a viscoplastic rod of finite length.*

Abstract: In this paper, we study the related problem of the collision of a rod of finite length moving towards each other at constant speeds from a viscoplastic incompressible material and a rigid body that continues to move at a constant speed after the collision. The problem with a free boundary, formulated on the basis of the proposed constitutive relation for the thermoviscoplastic material of the rod, is reduced using the modified Karman-Polhausen method to the Cauchy problem for a system of three nonlinear ordinary differential equations of the first order. By analyzing the Cauchy problem, the nature of the behavior of the part of the rod subjected to viscoplastic deformation was revealed. The numerical results are analyzed.

Keywords: impact; Maxwell model; thermoviscoplasticity; free boundary; constitutive relation; Saint-Venant parameter.

УДК 539.3

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОКАТА МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПОЛОСЫ ПО АСИММЕТРИЧНОЙ ТЕХНОЛОГИИ

Ахмедов А.Б., Холманов Н.Ю.

Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан
E-mail: Ahmedov-1956@mail.ru

Аннотация: В настоящее время актуальным направлением для информатизации машиностроительного производства становится оптимизация энергосберегающих технологий в машиностроении для получения прокатных листов с различной конфигурацией с применением современных методов математического моделирования. При этом в активной зоне процесс холодного проката металлических листов по асимметричной технологии сопровождается неоднородным напряженно-деформированным состоянием. Известные подходы исследования холодного проката металлических листов в основном ограничиваются проведением экспериментов и имитационным моделированием для определения наиболее эффективных способов формования различных изделий. Имитационное моделирование методом конечных элементов предоставляет исследователю универсальные средства для аппроксимации полных решений различных тел сложной конфигурации и поэтому имеет широкое применение. Очевидным недостатком конечно-элементного анализа является достаточно высокий вычислительный объем и ограниченная возможность понимания перехода от одного равновесного состояния к другому. За счет общности, аналитические подходы обычно могут преодолеть обе эти проблемы.

В данной работе на основе математического моделирования в неканонических областях деформирования, предложен подход определения оптимальных технологических параметров при исследовании напряженно-деформированного состояния процесса холодного проката по асимметричной и симметричной технологии в активной зоне упругопластических деформаций. Для обоснования эффективности предложенного подхода рассматриваемая задача решена имитационным моделированием на основе пакета прикладных программ LS-DYNA by LS-PrePost(R) версии V4.6.1.

Ключевые слова: функция напряжений; холодный прокат; упругопластические деформации; металлическая полоса; асимметричная технология.

Введение. В процессе холодной прокатки металлических листов применение симметричных и асимметричных технологий открывает новые возможности получения различных профилей со сложной конфигурацией. При этом в зонах активного проката возникают сложные напряженно-деформированные состояния с упругопластическим деформированием. В этих условиях разработка оптимальных ресурсосберегающих технологий холодного проката металлических полос представляет собой актуальную задачу современного

машиностроения [1–6]. При этом конфигурация поперечного сечения в активной зоне упругопластического деформирования металлических полос представляет собой криволинейную трапецию, следовательно, расчетная область становится неканонической [7] (рис. 1).

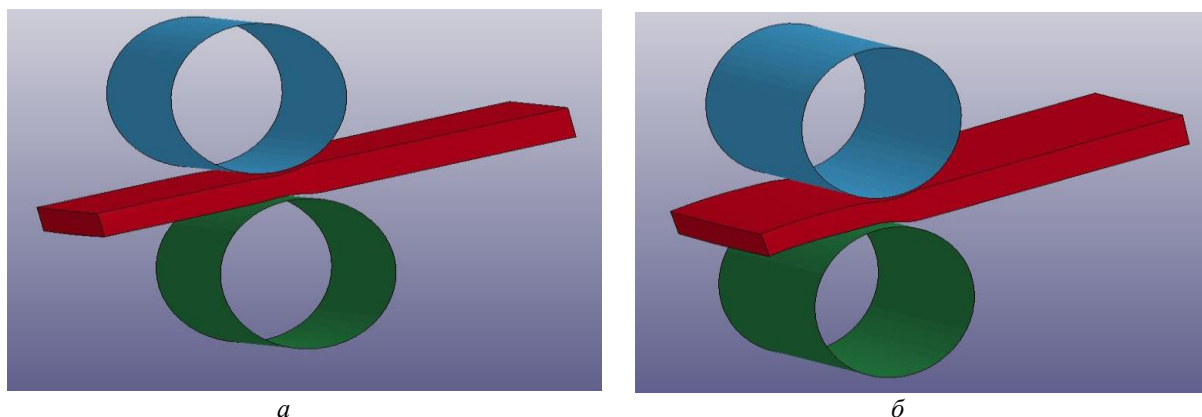


Рис. 1. Симметричная – (а) и асимметричная – (б) прокатка алюминиевого сплава

В работах [8, 12] была предложена теория симметричного и асимметричного проката в перемещениях. Вместе с тем во многих прикладных задачах основной интерес представляют возникающие напряжения, а перемещения, по сути, представляют академический интерес. В данной работе предлагается решение упруго пластической задачи в функциях напряжений Эри для холодного проката металлической полосы по симметричной технологии.

Постановка задачи. Пусть рассматриваемое тело представляет собой полосу толщиной h и бесконечной ширины, которая в плоскости Oxz в процессе прохождения с постоянной скоростью c между асимметричными верхними и нижними валиками на расстоянии $x_0=ct$ (t – время) для стационарного процесса прокатки испытывает конечную упругопластическую деформацию (рис.1).

Здесь считается, что имеет место плоское деформированное состояние, искомые перемещения не зависят от поперечной координаты, следовательно,

$$U_y = 0, e_{yy} = e_{yx} = e_{yz} = 0.$$

Элементарный прямоугольник для поперечного сечения рассматриваемой полосы, после воздействия валов в результате упругопластических деформаций переходит в криволинейную трапецию, приобретая контур асимметричных валов. Причем в общем случае для асимметричной технологии в зависимости от условий прокатки частоты вращения валов могут быть различными $-\omega_{\pm}$. Следовательно, в активной зоне прокатки для верхних и нижних поверхностей металлических полос имеем различные скорости перемещения – $C_{\pm}=R_{\pm}\omega_{\pm}$.

Вычислим среднеарифметическое значение скорости движения металлической полосы и радиусов верхних и нижних валов: $c_{\pm}=c_{+}+c_{-}/2$, $R_{\pm}=R_{+}+R_{-}/2$. Аналогичную формулу можно записать для их разностей: $\delta=c_{+}-c_{-}/2$, $r=R_{+}-R_{-}/2$. Следовательно, $c=c_{\pm}\pm\delta$, $R_{\pm}=R_{\pm}\pm r$. Прямолинейная металлическая полоса, после прохождения активной зоны прокатки, для асимметричной технологии приобретает дугообразную форму. В случае, когда верхний вал является ведущим, а нижний становится ведомым, имеет место $c_{+}=c_{-}=c$, или $\omega_{-}=R_{+}/R_{-}\omega_{+}$.

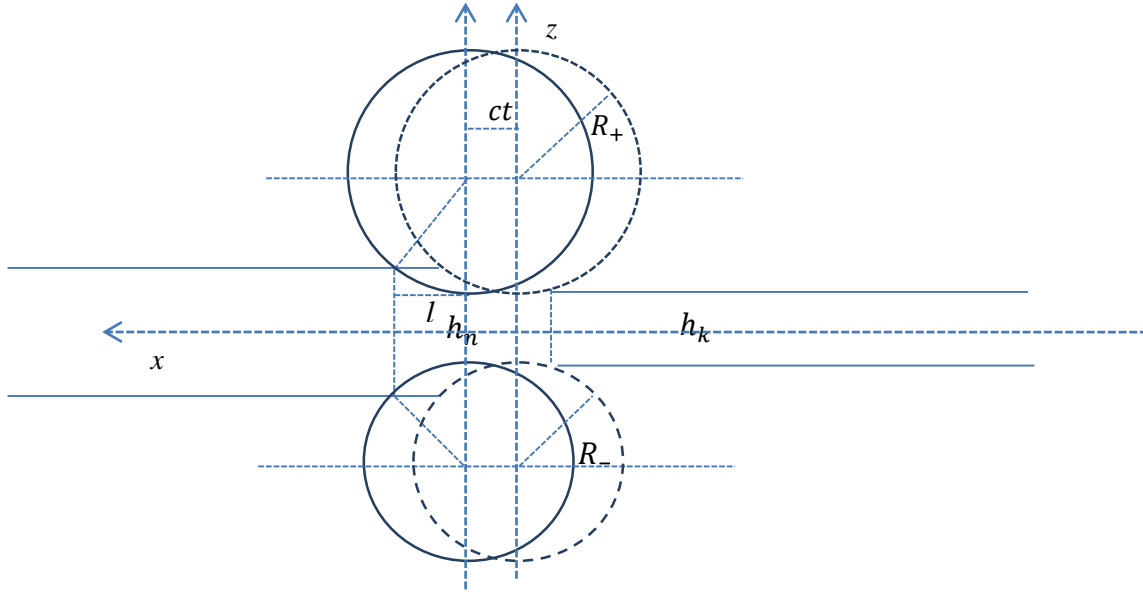


Рис. 2. Схема прокатки листа по асимметричной технологии

Пусть длина рассматриваемой металлической полосы равна L . Уравнения окружностей валов с безразмерными радиусами R_{\pm} в активной зоне деформирования относительно движущейся полосы для некоторого момента времени соответственно задаются следующими формулами

$$(y \pm \delta t)^2 + (z - r \pm R \pm \frac{h_k}{2})^2 = (R \pm r)^2,$$

где $y = x - ct$. С целью обезразмеривания переменных, последнее уравнение разделим на среднеарифметический радиус R , оставляя при этом обозначения неизменными:

$$(y \pm \delta t)^2 + (z - r \pm 1 \pm \frac{h_k}{2})^2 = (1 \pm r)^2.$$

В активной зоне деформирования законы изменения переменной ширины верхней и нижней части полосы в зоне активного контакта, будут следующими

$$h_{\pm}(y) = \pm \left[1 \pm r + \frac{h_k}{2} - \sqrt{(1 \pm r)^2 - (y \pm \delta t)^2} \right],$$

Таким образом, толщина и показатель асимметрии металлической полосы в зоне активной прокатки с переменной функцией имеют вид

$$h(y) = h_+(y) - h_-(y) = \left[1 + r + \frac{h_k}{2} - \sqrt{1 + 2r + r^2 - (y - \delta t)^2} \right] + \left[1 - r + \frac{h_k}{2} - \sqrt{1 - 2r + r^2 - (y + \delta t)^2} \right],$$

$$\eta(y) = h_+(y) + h_-(y) = \left[1 + r + \frac{h_k}{2} - \sqrt{1 + 2r + r^2 - (y - \delta t)^2} \right] - \left[1 - r + \frac{h_k}{2} - \sqrt{1 - 2r + r^2 - (y + \delta t)^2} \right].$$

В частности, можно написать формулу:

$$h_{\pm}(y) = \frac{h(y) \pm \eta(y)}{2}.$$

Предположим, что верхние и нижние валы имеют одинаковые радиусы: $R_+ = R_- = R$, а скорости вращения $c_+ = c_- = c$ и $r = 0$, $\delta = 0$, тогда имеет место симметричная технология прокатки:

$$h(y) = 2 \left[1 + \frac{h_k}{2} - \sqrt{1 - y^2} \right], \quad \eta(y) = 0.$$

В полученных формулах участвуют иррациональные выражения. Учитывая, что все переменные отнесены к R , следовательно, для $y=x-ct$ имеет место $|y|=1$, то пользуясь разложением функций в степенной ряд $(1 \pm y)^m \approx 1 \pm my + \frac{m(m-1)}{2} y^2$ для переменной толщины и показателя асимметрии после некоторых выкладок будем иметь

$$h(y) = h_k + (\delta t)^2 - \frac{1}{2} r^2 (\delta t)^2 + \frac{1}{4} r^2 + \frac{1}{4} (\delta t)^2 - 2r\delta t y + \left[1 + \frac{3}{2} (\delta t)^2 - \frac{1}{2} r^2 \right] y^2 + \frac{1}{4} y^4, \\ \eta(y) = 4r - 2r^3 - [2 + 4r + (\delta t)^2] \delta t y - \delta t y^3. \quad (1)$$

Длины активных зон упруго-пластических деформаций на верхних и нижних поверхностях полосы для асимметричной прокатки следующие

$$l_{\pm} = \sqrt{(h_n - h_k) \left(1 \pm r - \frac{h_n}{4} + \frac{h_k}{4} \right)}, \quad (2)$$

причем для активной зоны прокатки $x \in (ct - \delta t, l + ct + \delta t)$, $l = \max(l_-, l_+)$.

Напряженное состояние рассматриваемого тела в декартовой системе координат Oyz , при отсутствии объемных сил описывается следующим уравнением равновесия [1]

$$\begin{cases} \sigma_{yy,y} + \sigma_{xz,z} = 0, \\ \sigma_{zy,y} + \sigma_{zz,z} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Определяющие соотношения между симметричными тензорами напряжений и упруго-пластических деформаций имеют вид [11]

$$\begin{cases} \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} \left[\varepsilon_{yy} + \nu \varepsilon_{zz} - (1-\nu) \omega (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zz}) \right] \\ \sigma_{zz} = \frac{E}{1-\nu^2} \left[\varepsilon_{zz} + \nu \varepsilon_{yy} - (1-\nu) \omega (\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{yy}) \right] \\ \sigma_{yz} = \frac{E}{1+\nu} (1-2\omega) \varepsilon_{yz}. \end{cases} \quad (4)$$

$$\omega = 1 - \frac{\sigma_i}{2\mu\varepsilon_i}, \quad \sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + 3\sigma_{yz}^2}, \quad \varepsilon_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zz})^2 + 3\varepsilon_{yz}^2}$$

σ_i, ε_i – интенсивность тензора напряжений и деформаций, E – модуль упругости, ν – коэффициент Пуассона, $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ – модуль сдвига.

За пределом упругости модуль сдвига ε_y становится убывающей функцией от интенсивности деформаций. Тогда функциональную зависимость $\mu(\varepsilon_i)$ можно представить в виде

$$\mu(\varepsilon_i) = \begin{cases} \mu(a - b\varepsilon_i^2) & \text{при } \begin{cases} \varepsilon_i > \varepsilon_y \\ \varepsilon_i \leq \varepsilon_y \end{cases}, \end{cases}$$

где a, b – подлежащие определению неизвестные константы которые, пользуясь зависимостью между интенсивностями напряжений и деформаций

$$\sigma_i = 2\mu(a - b\varepsilon_i^2) \varepsilon_i,$$

определяются из следующего условия

$$\sigma_i = \sigma_T \text{ при } \varepsilon_i = \varepsilon_T, \quad \sigma_i = \sigma_y \text{ при } \varepsilon_i = \varepsilon_y$$

где $\sigma_y, \varepsilon_y, \sigma_T, \varepsilon_T$ – пределы упругости и текучести конструкционных материалов, определяются из соответствующих экспериментов. С учетом последних соотношений и условий,

связь между интенсивностями тензоров напряжений и деформаций в зоне активной прокатки, примет вид

$$\sigma_i = 2\mu \left[\frac{\sigma_y}{\varepsilon_y} - \frac{\varepsilon_i^2 - \varepsilon_y^2}{\varepsilon_T^2 - \varepsilon_y^2} \left(\frac{\sigma_y}{\varepsilon_y} - \frac{\sigma_T}{\varepsilon_T} \right) \right] \varepsilon_i.$$

Следовательно, имеем рациональное выражение для функции пластичности А.А.Ильюшина [13]

$$\omega(x, \zeta) = \left(1 - \frac{\sigma_T}{2\mu\varepsilon_T}\right) \frac{\varepsilon_i^2 - \varepsilon_y^2}{\varepsilon_T^2 - \varepsilon_y^2} \left(\frac{\sigma_y}{\varepsilon_y} - \frac{\sigma_T}{\varepsilon_T} \right) \quad (5)$$

или с учетом выражения для интенсивности напряжений, будем иметь

$$\omega(x, z) = \omega_0 \frac{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{zz})^2 + 3\varepsilon_{xz}^2 - 2\varepsilon_y^2}{2(\varepsilon_T^2 - \varepsilon_y^2)}, \text{ где } \omega_0 = \left(1 - \frac{\sigma_T}{2\mu\varepsilon_T}\right).$$

Рассматриваемая задача имеет интервал интегрирования $x \in (0, L)$, где L общая длина рассматриваемой полосы.

Разрешая определяющие соотношения (4) относительно компонент симметричного тензора деформаций

$$\begin{cases} \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} \frac{1}{1-2\omega} [(1-\omega + \nu\omega)\sigma_{yy} - (\nu + \omega - \nu\omega)\sigma_{zz}] \\ \varepsilon_{zz} = \frac{1}{E} \frac{1}{1-2\omega} [(1-\omega + \nu\omega)\sigma_{zz} - (\nu + \omega - \nu\omega)\sigma_{yy}], \\ \varepsilon_{yz} = \frac{1+\nu}{E} \frac{1}{1-2\omega} \sigma_{yz} \end{cases} \quad (6)$$

будем иметь выражение для объёмного расширения

$$\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = \frac{1-\nu}{E} (\sigma_{xx} + \sigma_{zz}).$$

Введем следующую функцию Эри $-\varphi$,

$$\sigma_{yy} = \varphi_{,zz}, \quad \sigma_{zz} = \varphi_{,yy}, \quad \sigma_{zy} = -\varphi_{,zy}, \quad (7)$$

при этом достигается точное удовлетворение уравнений равновесия (3).

Тогда для компонент упругопластических деформаций будем иметь следующие выражения

$$\begin{cases} \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} \frac{1}{1-2\omega} [\varphi_{,zz} - \nu\varphi_{,yy} - (1-\nu)\omega\Delta\varphi] \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} \frac{1}{1-2\omega} [\varphi_{,yy} - \nu\varphi_{,zz} - (1-\nu)\omega\Delta\varphi], \\ \varepsilon_{yz} = -\frac{1+\nu}{E} \frac{1}{1-2\omega} \varphi_{,zy} \end{cases} \quad (8)$$

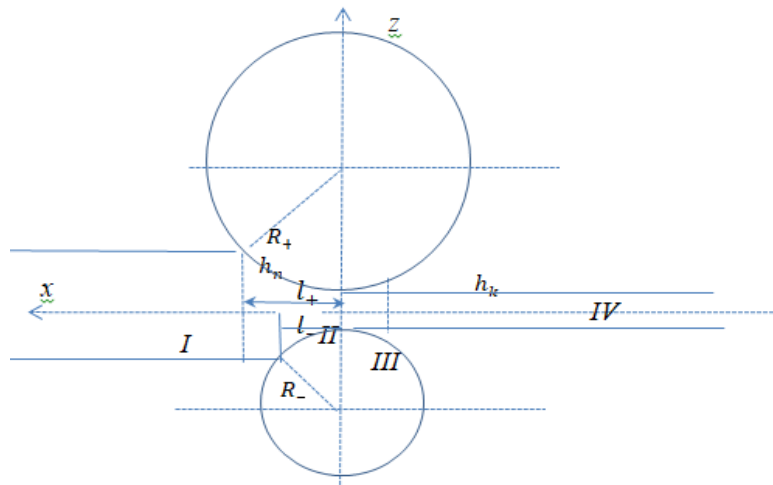


Рис. 3 Переходные зоны для асимметричной технологии: I – свободная зона до прокатки $y \geq l_1$; II – промежуточная зона предварительной прокатки, $y \in (l_2, l_1)$; III – активная зона прокатки, $y \in (0, l_2)$; IV – свободная зона после прокатки, $y \leq 0$

Полученные выражения подставим в уравнения совместности деформаций, вследствие чего, будем иметь нелинейное дифференциальное уравнение для упруго-пластических деформаций относительно функции напряжений Эри - $\varphi(y, z)$:

$$\Delta\Delta\varphi = F(y, z, \varphi) \quad (9)$$

$$F(y, z, \varphi) = \frac{1}{1-(1-\nu)\omega} \left\{ (1-\nu)(2\omega_{,y} \Delta\varphi_{,y} + 2\omega_{,z} \Delta\varphi_{,z} - \Delta\varphi\Delta\omega) - \frac{2\omega_{,z}}{1-2\omega} [\varphi_{,zz} - \nu\varphi_{,yy} - (1-\nu)\omega\Delta\varphi]_{,z} - \frac{2\omega_{,x}}{1-2\omega} [\varphi_{,yy} - \nu\varphi_{,zz} - (1-\nu)\omega\Delta\varphi]_{,y} - \frac{2}{1-2\omega} \left[\omega_{,yy} + 4\frac{(\omega_{,y})^2}{1-2\omega} \right] [\varphi_{,yy} - \nu\varphi_{,zz} - (1-\nu)\omega\Delta\varphi] - \frac{2}{1-2\omega} \left[\omega_{,zz} + 4\frac{(\omega_{,z})^2}{1-2\omega} \right] [\varphi_{,zz} - \nu\varphi_{,yy} - (1-\nu)\omega\Delta\varphi] - \frac{1+\nu}{1-2\omega} \left[\omega_{,zy} + 4\frac{\omega_{,z}\omega_{,x}}{1-2\omega} \right] \varphi_{,z} \right\},$$

Здесь очевидно, что для упругой задачи имеем $F(x, z, \varphi) \equiv 0$.

Далее, толщину и длину зоны активной прокатки металлической полосы разделим на значение среднего радиуса валков, а напряжения от внешних нагрузок – на предел упругости σ_y материала металлической полосы, т.е. будем иметь безразмерные параметры.

Таким образом, данная задача в активной зоне деформирования будет рассматриваться в неканонической области и в рамках малых упругопластических деформаций. Принимая во внимание неканоничность области деформирования, введем новую переменную ζ :

$$z = \frac{1}{2}\eta(y) + h(y)\zeta, \quad \zeta \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right).$$

На свободном участке проката полосы, до и после воздействия валика –I, IV в декартовой системе координат $Oy\zeta$, относительно компонент тензора напряжений имеем следующие граничные условия:

$$\sigma_{zy} = 0, \quad \sigma_{zz} = 0 \quad \text{при} \quad \zeta = \pm \frac{1}{2} \quad (10)$$

Граничные условия в промежуточной зоне $-II, y \in (l_-, l_+)$

$$\begin{cases} \sigma_{zy} = 0, \quad \sigma_{zz} = 0 & \text{при} \quad \zeta = +\frac{1}{2} \\ \sigma_{yy}n_y + \sigma_{yz}n_z = \sigma n_y + \tau n_z & \text{при} \quad \zeta = -\frac{1}{2} \\ \sigma_{zy}n_y + \sigma_{zz}n_z = \tau n_y + \sigma n_z & \end{cases} \quad (11)$$

В активной зоне прокатки $y \in (0, l_-)$, (III-участок), от воздействия валиков на поверхности металлических полос возникают внутренние напряжения, которые удовлетворяют статическим граничным условиям:

$$\begin{cases} \sigma_{yy}n_y + \sigma_{yz}n_z = \sigma n_y + \tau n_z \\ \sigma_{zy}n_y + \sigma_{zz}n_z = \tau n_y + \sigma n_z \end{cases} \quad \text{при} \quad z = \pm \frac{1}{2} \quad (12)$$

В рассматриваемой задаче внешним касательным напряжением τ , ввиду плоскопараллельного поступательного движения валов, можно пренебречь. При этом нормальное воздействие валов в активной зоне σ – является функцией от угла: $\sigma = \pm P \sin \alpha_{\pm}$, при условии малости длины активной зоны прокатки относительно общей длины металлической полосы, т.е. $tg \alpha_{\pm} = h'_{\pm}(y) \ll 1$, последнее выражение можно упростить, и учитывая $\sin \alpha_{\pm} \approx \alpha_{\pm} \approx tg \alpha_{\pm} \approx h'_{\pm}(y)$, будем иметь $\sigma = \pm P h'_{\pm}(y)$. Разрешая (12) относительно σ_{xz} , σ_{zz} иметь и пренебрегая величинами высокого порядка малости, из системы уравнений (12) с учетом (1) находим:

$$\begin{cases} \sigma_{yz} = \mp P h'_{\pm}(y) \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} = \pm P h'_{\pm}(y) P \end{cases} \quad (13)$$

Функцию напряжений Эри по нормальной координате можно представить в виде полинома

$$\varphi(y, \zeta) = \varphi_0(y) + \varphi_1(y)\zeta + \frac{\varphi_2(y)}{2!}\zeta^2 + \frac{\varphi_3(y)}{3!}\zeta^3 + \frac{\varphi_4(y)}{4!}\zeta^4, \quad (14)$$

где φ_i – подлежащие определению неизвестные функции.

Полученное выражение для функции напряжений подставим в граничные условия (10), будем иметь $\frac{\partial^2 \varphi(y, \pm \frac{1}{2})}{\partial y \partial \zeta} = 0$, $\frac{\partial^2 \varphi(y, \pm \frac{1}{2})}{\partial \zeta^2} = 0$, или

$$\begin{cases} \left[\varphi_1(y) \pm \frac{\varphi_2(y)}{2} + \frac{\varphi_3(y)}{2!} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \pm \frac{\varphi_4(y)}{3!} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \right]' = 0 \\ \left[\varphi_0(y) \pm \frac{\varphi_1(y)}{2} + \frac{\varphi_2(y)}{8} \pm \frac{\varphi_3(y)}{48} + \frac{\varphi_4(y)}{384} \right]'' = 0 \end{cases}$$

сюда, можно получить следующие решения:

$$\varphi_1(y) = \varphi_3(y) = 0, \quad \varphi_2(y) = -\frac{\varphi_4(y)}{24}, \quad \varphi_0 = \frac{\varphi_4(y)}{384}. \quad (15)$$

Тогда, вне области прокатки металлических полос будем иметь

$$\varphi(y, \zeta) = \frac{1}{384} (1 - 4\zeta^2)^2 \varphi_4(y) \quad (16)$$

В зоне активной прокатки, подставляя (14) во второе уравнение (13), полагая, что на краях активной зоны функция напряжений тривиальна

$$\varphi\left(y, \pm \frac{1}{2}\right) = 0 \text{ при } y=0, l,$$

после некоторых преобразований и вкладок для искомым функций $\varphi_i(y)$, получим следующие соотношения

$$\begin{cases} \varphi_0(y) = P \left[\int_0^y h(x) dx - \frac{y}{l} \int_0^l h(x) dx \right] - \frac{\varphi_2(y)}{8} - \frac{\varphi_4(y)}{384}, \\ \varphi_1(y) = P \left[\int_0^y \eta(x) dx - \frac{y}{l} \int_0^l \eta(x) dx \right] - \frac{\varphi_3(y)}{24}. \end{cases} \quad (17)$$

Полученные выражения (17) подставим в (14), после удовлетворения первого условия (13) будем иметь следующие частные решения

$$\begin{cases} \varphi_2(y) = -\frac{\varphi_4(y)}{24}, \\ \varphi_3(y) = P h^6(y) \int \frac{\int_0^y \eta(x) dx - \frac{y}{l} \int_0^l \eta(x) dx}{h^6(y)} dy. \end{cases} \quad (18)$$

Подставляя (17) и (18) в (14) в активной зоне прокатки III для функции напряжений будем иметь следующие выражения

$$\begin{aligned} \varphi(y, \zeta) = P \left[\int_0^y h(x) dx - \frac{y}{l} \int_0^l h(x) dx \right] + P \left[\int_0^y \eta(x) dx - \frac{y}{l} \int_0^l \eta(x) dx - \right. \\ \left. \frac{h^6(y)}{24} \int \frac{\int_0^y \eta(x) dx - \frac{y}{l} \int_0^l \eta(x) dx}{h^6(y)} dy (1 - 4\zeta^2) \right] \zeta + \frac{\varphi_4(y)}{384} (1 - 4\zeta^2)^2. \end{aligned} \quad (19)$$

С учетом граничных условий для нормального напряжения σ_{zz} в (11) для зоны предварительной прокатки будем иметь

$$\begin{cases} \varphi_0(y) = \frac{P}{2} \left[\int_0^y (h - \eta) dx - \frac{y}{l} \int_0^l (h - \eta) dx \right] - \frac{\varphi_2(y)}{8} - \frac{\varphi_4(y)}{384}, \\ \varphi_1(y) = P \left[\int_0^y (h - \eta) dx - \frac{y}{l} \int_0^l (h - \eta) dx \right] - \frac{\varphi_3(y)}{24}. \end{cases} \quad (20)$$

Аналогично, в (11) из условий для касательного напряжения σ_{xz} имеет место

$$\begin{cases} \left[\frac{\varphi_2(y)}{2} + \frac{\varphi_4(y)}{48} \right]' = \frac{h'}{2h} \left[\varphi_2(y) - \frac{\varphi_3(y)}{2} + \frac{\varphi_4(y)}{8} \right] \\ P \left[\int_0^y (h - \eta) dx - \frac{y}{l} \int_0^l (h - \eta) dx \right] - \frac{\varphi_3'(y)}{12} = -\frac{h'}{2h} \left[\varphi_2(y) - \frac{\varphi_3(y)}{2} + \frac{\varphi_4(y)}{8} \right] \end{cases} \quad (21)$$

Из полученной системы уравнений после их сложения и интегрирования будем иметь

$$\varphi_3(y) = 6 \left[\varphi_2(y) + \frac{\varphi_4(y)}{24} \right] + 12P \int \left[\int_0^y (h - \eta) dx - \frac{y}{l} \int_0^l (h - \eta) dx \right] dy. \quad (22)$$

Найденное выражение для $\varphi_3(y)$ подставим в первое уравнение (20), получим следующее обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка с переменными коэффициентами относительно $\varphi_2(y)$:

$$\varphi_2'(y) + 2 \frac{h'}{h} \varphi_2(y) = - \left[\frac{\varphi_4(y)}{24} \right]' - 12P \frac{h'}{h} \int \left[\int_0^y (h - \eta) dx - \frac{y}{l} \int_0^l (h - \eta) dx \right] dy.$$

Согласно методу вариации произвольных постоянных, будем иметь решение полученного дифференциального уравнения в следующем виде

$$\varphi_2(y) = - \frac{\varphi_4(y)}{24} + \frac{1}{24h} \int h' \varphi_4 dy - 12P \iint \frac{h'}{h} \left[\int_0^y (h - \eta) dx - \frac{y}{l} \int_0^l (h - \eta) dx \right] dy dy. \quad (23)$$

Выражения (20)–(23) подставим в (14), будем иметь

$$\begin{aligned} \varphi(y, \zeta) = & \frac{P}{2} \left[\int_0^y (h - \eta) dx - \frac{y}{l} \int_0^l (h - \eta) dx \right] + P \left[\int_0^y (h - \eta) dx - \frac{y}{l} \int_0^l (h - \eta) dx \right] \zeta - \\ & \frac{1}{192h} \int h' \varphi_4 dy (1 - 4\zeta^2) - \frac{3}{2} P \iint \frac{h'}{h} \left[\int_0^y (h - \eta) dx - \frac{y}{l} \int_0^l (h - \eta) dx \right] dy dy (1 - 4\zeta^2) - \\ & \left\{ \frac{1}{24h} \int h' \varphi_4 dy - 12P \iint \frac{h'}{h} \left[\int_0^y (h - \eta) dx - \frac{y}{l} \int_0^l (h - \eta) dx \right] dy dy + 2P \int \left[\int_0^y (h - \eta) dx - \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{y}{l} \int_0^l (h - \eta) dx \right] dy \right\} \zeta (1 - 4\zeta^2) + \frac{\varphi_4(y)}{384} (1 - 4\zeta^2)^2. \end{aligned}$$

Таким образом, имеем аналитические выражения для вычисления компонент тензора напряжений, которые различны для каждого участка асимметричной прокатки металлических полос.

Обсуждение результатов. С целью определения максимального значения давления σ от воздействия валов на поверхность металлической полосы, после которого возникают упругопластические деформации, на первоначальном этапе рассмотрим упругую задачу, т.е. $\omega(y, \zeta) = 0$.

Тогда уравнение совместности деформаций (9), с учетом введенной замены переменной, можно записать в виде

$$\varphi_{,yuyuy} + \frac{2}{h(y)^2} \varphi_{,yuy\zeta\zeta} + \frac{1}{h(y)^4} \varphi_{,\zeta\zeta\zeta\zeta} = 0, \quad (24)$$

В качестве прикладной задачи рассмотрим симметричную технологию проката металлических полос. Следовательно, в активной зоне прокатки – III имеют место следующие соотношения: $h_{\pm}(y) = \pm \frac{h(y)}{2}$ и $c_{\pm} = c$, $R_{\pm} = R$, $\delta = 0$, $r = 0$. Для этого случая функция напряжений в активной зоне – III будет иметь вид

$$\varphi(y, \zeta) = P \left[\int_0^y h(x) dx - \frac{y}{l} \int_0^l h(x) dx \right] + \frac{\varphi_4(y)}{384} (1 - 4\zeta^2)^2. \quad (25)$$

Для компонент тензора напряжений имеем следующие выражения

$$\begin{cases} \sigma_{yy} = - \frac{\varphi_4(y)}{24h^2(y)} (1 - 12\zeta^2), \\ \sigma_{zz} = Ph' + \frac{[\varphi_4(y)]''}{384} (1 - 4\zeta^2)^2, \\ \sigma_{zy} = \frac{[\varphi_4(y)]'}{24h(y)} (1 - 4\zeta^2)\zeta \end{cases} \quad (26)$$

которые точно удовлетворяют граничным условиям на поверхности металлической полосы. При этом для симметричной технологии отсутствует зона предварительной прокатки.

На свободном участке проката полосы, до и после воздействия валика – I, IV толщина металлической полосы постоянна и соответственно равна h_k и h_n . При этих условиях подставляя (16) в (21), после интегрирования получим

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \varphi_4^{(j)}}{dx^4} + 4\alpha^4 \varphi_4^{(j)} &= f^{(j)}, \\ f^{(j)} &= Ph''' \delta_{j3}, \quad j = 1, 4. \quad \alpha^4 = \frac{720}{h^4(y)}. \end{aligned} \quad (27)$$

Вне зоны прокатки, поскольку толщина металлической полосы постоянна, общее решение уравнения (27) можно представить в виде

$$\varphi_4^{(j)} = e^{k_1 y} (A^{(j)} \cos k_1 y + B^{(j)} \sin k_1 y) + e^{-k_1 y} (C^{(j)} \cos k_1 y + D^{(j)} \sin k_1 y), \quad (28)$$

где $k_1 = \frac{5.18}{h_k}$, $k_4 = \frac{5.18}{h_n}$,

Для зоны активной прокатки полученная рациональная формула с высокой степенью точности описывает переменную толщину $h(y) = h_k + y^2 + \frac{1}{4}y^4$.

Действительно, $h(0) = h_k$ и с учетом $l = \sqrt{(h_n - h_k) \left(1 - \frac{h_n}{4} + \frac{h_k}{4}\right)}$ имеем

$$h(l) = h_k + l^2 + \frac{1}{4}l^4 = h_k + h_n - h_k - \left(\frac{h_n}{2}\right)^2 - \left(\frac{h_k}{2}\right)^2 - \frac{h_k h_n}{2} + \frac{1}{4} \left[h_k - h_k - \left(\frac{h_n}{2}\right)^2 - \left(\frac{h_k}{2}\right)^2 \right]^2 = h_n - \left(\frac{h_n}{2}\right)^2 - \left(\frac{h_k}{2}\right)^2 - \frac{h_k h_n}{2} + \left(\frac{h_n}{2}\right)^2 + \left(\frac{h_k}{2}\right)^2 - \frac{h_k h_n}{2} + \dots \approx h_n.$$

Записывая $h(y) = h_k \left(1 + \frac{1}{h_k} y^2 + \frac{1}{4h_k} y^4\right)$ и пользуясь формулой биномиального разложения, для $h(y)^{-4}$ будем иметь

$$h(y)^{-4} = \frac{1}{h_k^4} \left[1 - \frac{4}{h_k} y^2 + \left(\frac{10}{h_k^2} - \frac{1}{4h_k}\right) y^4 + \frac{5}{h_k^2} \left(y^6 + \frac{1}{8h_k^2} y^8\right) \right] \quad (29)$$

Откуда следует, что дифференциальное уравнение (27) можно записать в виде

$$\frac{d^4 \varphi_4}{dx^4} + \alpha_k^4 \left[1 - \frac{4}{h_k} y^2 + \left(\frac{10}{h_k^2} - \frac{1}{4h_k}\right) y^4 + \frac{5}{h_k^2} \left(y^6 + \frac{1}{8h_k^2} y^8\right) \right] \varphi_4 = 6Py, \quad \alpha_k^4 = \frac{720}{h_k^4}, \quad (30)$$

для которого искомое решение представим в виде степенного ряда:

$$\varphi_4 = \sum_{n=0}^{\infty} a_n y^n. \quad (31)$$

Подставляя (31) в (30), получим рекуррентное соотношение для определения неизвестных коэффициентов a_n

$$a_{n+4} = \frac{1}{(n+4)(n+3)(n+2)(n+1)} \left\{ 6P\delta_{n3} - \alpha_k^4 \left[a_n - \frac{4}{h_k} a_{n-2} + \left(\frac{10}{h_k^2} - \frac{1}{4h_k}\right) a_{n-4} + \frac{5}{h_k^2} \left(a_{n-6} + \frac{1}{8h_k^2} a_{n-8} \right) \right] \right\} \quad (32)$$

$$n=0,1,2, \quad a_{-8} = a_{-7} = a_{-6} = a_{-5} = a_{-4} = a_{-3} = a_{-2} = a_{-1} = 0.$$

Для рассматриваемой задачи с учетом трех зон прокатки можно записать следующие граничные условия на бесконечности

$$\begin{cases} \sigma_{yy}^{(4)} = 0, \sigma_{yz}^{(4)} = 0 & \text{при } y = \infty \\ \sigma_{yy}^{(1)} = 0, \sigma_{yz}^{(1)} = 0 & \text{при } y = -\infty \end{cases}. \quad (33)$$

На границе раздела рассматриваемых зон имеют место условия неразрывности

$$\begin{cases} \sigma_{yy}^{(1)} = \sigma_{yy}, \sigma_{yz}^{(1)} = \sigma_{yz}, \sigma_{zz}^{(1)} = \sigma_{zz}, \left(\sigma_{zz}^{(1)}\right)' = \left(\sigma_{zz}\right)' & \text{при } y = l \\ \sigma_{yy}^{(4)} = \sigma_{yy}, \sigma_{yz}^{(4)} = \sigma_{yz}, \sigma_{zz}^{(4)} = \sigma_{zz}, \left(\sigma_{zz}^{(4)}\right)' = \left(\sigma_{zz}\right)' & \text{при } y = 0 \end{cases} \quad (34)$$

Вне зоны активной прокатки в интервалах $y \in (-\infty, 0)$, $y \in (l, \infty)$ из (29) необходимо отбросить соответствующие неограниченно возрастающие решения, т.е. будем иметь:

$$\begin{cases} \varphi_4^{(1)} = e^{-k_1 y} (C \cos k_1 y + D \sin k_1 y) \\ \varphi_4^{(4)} = e^{k_4 y} (A \cos k_4 y + B \sin k_4 y) \end{cases}, \quad (35)$$

тем самым достигается автоматическое удовлетворение граничных условий при $y = \pm\infty$ в (33). Таким образом, вместо (33) и (34) с учетом выражений для тензора напряжений (26), будем иметь

$$\begin{cases} \varphi_4^{(1)} = \varphi_4, \left(\varphi_4^{(1)}\right)' = \left(\varphi_4\right)', \left(\varphi_4^{(1)}\right)'' = \left(\varphi_4\right)'', \left(\varphi_4^{(1)}\right)''' = \left(\varphi_4\right)''' & \text{при } y = l \\ \varphi_4^{(4)} = \varphi_4, \left(\varphi_4^{(4)}\right)' = \left(\varphi_4\right)', \left(\varphi_4^{(4)}\right)'' = \left(\varphi_4\right)'', \left(\varphi_4^{(4)}\right)''' = \left(\varphi_4\right)''' & \text{при } y = 0 \end{cases} \quad (36)$$

Выражения для искомых решений (31) и (35) подставим в (36), будем иметь

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n l^n = e^{-k_1 l} (C \cos k_1 l + D \sin k_1 l),$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) a_{n+1} l^n &= k_1 e^{-k_1 l} [(D-C) \cos k_1 l + (-C-D) \sin k_1 l], \\ \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1) a_{n+2} l^n + 720P(n+1) h_{n+1} l^n &= 2k_1^2 e^{-k_1 l} (-D \cos k_1 l + C \sin k_1 l), \\ \sum_{n=0}^{\infty} (n+3)(n+2)(n+1) a_{n+3} l^n + 720P(n+1)(n+2) h_{n+1} l^n &= 2k_1^2 e^{-k_1 l} [(D+C) \cos k_1 l + (-C+D) \sin k_1 l], \end{aligned}$$

$$A = a_0, \quad k_4 (B - A) = a_1, \quad 2k_4^2 B = 2a_2, \quad 2k_4^3 (A + B) = 6a_3.$$

Из полученных соотношений, после некоторых выкладок, будем иметь следующие выражения

$$\begin{cases} (n+3)(n+2)(n+1)a_{n+3} + k_1(n+2)(n+1)a_{n+2} - 2k_1^3 a_n = 0, \\ (n+2)(n+1)a_{n+2} + 2k_1(n+1)a_{n+1} + 2k_1^2 a_n = 0, \\ a_2 + k_4 a_1 + k_4^2 a_0 = 0, \quad k_4^2 a_1 + k_4^3 a_0 = 3a_3. \quad A = a_0, \quad B = \frac{a_1}{k_4} + a_0, \end{cases} \quad (37)$$

Из (37) находятся a_0, a_1, a_2, a_3 .

Следовательно, $A = a_0, B = \frac{a_2}{k_4^2}$, и

$$C = e^{k_1 l} \sum_{n=4}^{\infty} \left[a_n \cos k_1 l + 720P(n+1) \sin k_1 l h_{n+1} l^n + \frac{e^{k_1 l}}{2k_1^2} (n+2)(n+1) a_{n+2} \sin k_1 l \right] l^n,$$

$$D = e^{k_1 l} \sum_{n=4}^{\infty} \left[a_n \sin k_1 l - 720P(n+1) \cos k_1 l h_{n+1} l^n - \frac{e^{k_1 l}}{2k_1^2} (n+2)(n+1) a_{n+2} \cos k_1 l \right] l^n.$$

Из полученных результатов следует, что для упругой задачи, после прохождения валков, остаточные напряжения будут отсутствовать.

В качестве примера рассмотрим задачу о холодной прокатке алюминиевой полосы со следующими характеристиками:

- исходная толщина до прокатки $h_n = 4$ мм;
- конечная толщина после прокатки $h_k = 3,2$ мм;
- радиус валов $R = 10$ мм;
- модуль Юнга $E = 72$ ГПа;

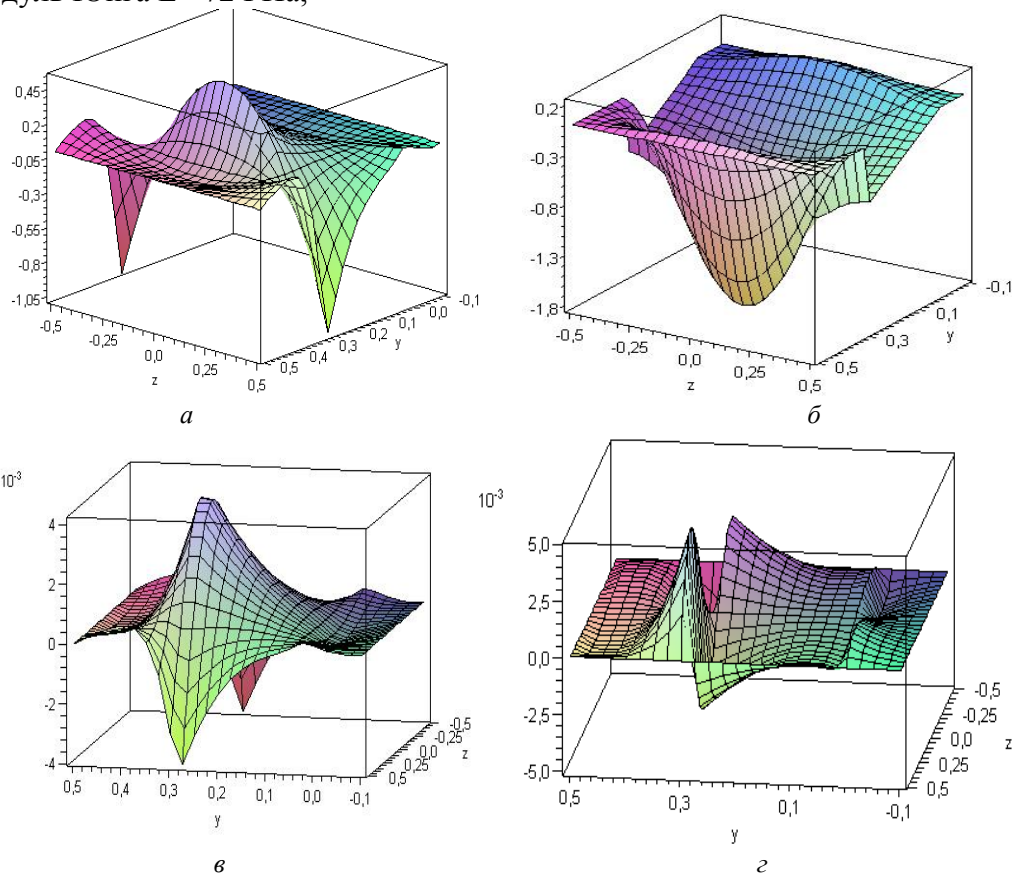


Рис.4. Распределение продольного σ_{yy} и нормального σ_{zz} напряжений, продольного ϵ_{yy} и касательного ϵ_{yz} деформаций в процессе проката алюминиевой полосы

Используя аналитическое решение (14) для функции напряжений Эри, с учетом (30)–(36), и подставляя выражения для компонент напряжений (26) построены поверхностные графики изменения компонент напряжений в декартовой системе координат $Oy\xi$.

Полученные результаты показывают, что в процессе прокатки металлических полос, возникающие напряжения находятся в интервале $(-\sigma_y; \sigma_y)$ для значения сжимающей нагрузки $P=\sigma_y$, которую можно принять за критерий перехода от упругих деформаций к упругопластическим деформациям. Исходя из характера воздействия валика на поверхность металлической полосы, преобладающим становится нормальное напряжение σ_{zz} , максимальное значение сжатия которого достигается при $y=l$.

Поскольку рассматривается стационарный режим прокатки металлов, здесь время t показывает длительность процесса прокатки. При этом, сложное напряженно-деформированное состояние наблюдается только в активной зоне прокатки. Здесь принята схема, при которой валы движутся в положительном направлении координаты Oy (рис.1). Поэтому $y=0$ соответствует началу активной зоны металлической полосы. Как следует из полученных результатов, (рис.4,а,б) поперечная составляющая тензора напряжений σ_{zz} достигает своего максимума на середине толщины, а продольное напряжение σ_{yy} на плоскости воздействия валков прокатки металлической полосы. А это указывает на минимальные и максимальные зоны возникновения продольных деформаций ε_{yy} . Действительно, максимальное значение растягивающей продольной деформации достигается в нейтральной плоскости в зоне $y \sim l$, затем начинается её уменьшение в обоих направлениях. Вместе с тем аналогичная картина наблюдается для сжимающих продольных деформаций в плоскостях воздействия

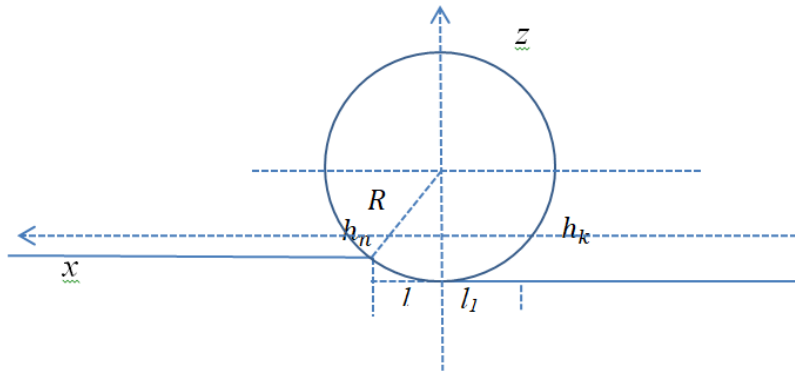


Рис.5. Схема зависимости удлинения листа после прохождения зоны активной прокатки для симметричной технологии

наглядное подтверждение экспериментального факта об отсутствии в поперечном сечении касательных деформаций ε_{yz} . Это явное подтверждение того, что в процессе прокатки металлической полосы в активной зоне существует разделительная граница знакопеременности возникающих деформаций. Этот факт следует учитывать при разработке энергосберегающих технологий для прокатки металлических полос. Для рассматриваемой задачи касательное напряжение по длине и по толщине меняет свой знак. А это указывает на то, что часть энергии, затраченная на процесс прокатки, приводит к увеличению длины металлических полос, а другая часть – к уменьшению толщины образца.

В зоне активной прокатки $x \in (ct; l + ct)$, в терминах безразмерных величин толщина вычисляется по формуле (1), здесь введем обозначение $x - ct = R \sin \alpha$, тогда будем иметь

$$h(\alpha) = \frac{h_k}{2} + (1 - \cos \alpha).$$

При этом,

$$\begin{cases} \alpha = 0 & \text{при } x = ct \\ \alpha = \arcsin l & \text{при } x = l + ct \end{cases} \quad (37)$$

Из рис.5 следует, что новообразованный объем после проката металлической полосы, после прокатки равен значению уменьшенного объема в активной зоне упругопластических деформаций прокатки металлов, т.е.:

$$S_{ak} = S_{pas}, \quad S_{ak} = h_n l - \int_0^{\arcsin \frac{l}{R}} h(\alpha) R d\alpha, \quad S_{pas} = h_k l_1.$$

Откуда будем иметь значение изменения длины металлической полосы после прокатки:

$$l_1 = l \left(\frac{h_n}{h_k} + \frac{1}{h_k} \right) - \left(\frac{1}{h_k} + \frac{1}{2} \right) \arcsin \frac{l}{R} \quad (38)$$

Согласно теории малых упругопластических деформаций А.А.Ильюшина [5], критерием перехода к упругопластическим деформациям является условие $\sigma_i \geq \sigma_y$. Как показывают полученные результаты (рис. 4,з), поверхность интенсивности напряжений не превышает данное условие, при этом

$$(\sigma_i)_{max} = 0,8 \sigma_y, \quad (\sigma_i)_{min} = 0,5 \sigma_y.$$

Таким образом, предложенная математическая модель в напряжениях достоверно и эффективно отражает процесс проката металлических полос.

С целью проверки достоверности теоретических положений, положенных в основу данной математической модели, проведены квазиэксперименты для процесса симметричной прокатки металлической полосы на пакете прикладных программ *LS-DYNA by LS-PrePost(R)* версии *V4.6.1*.

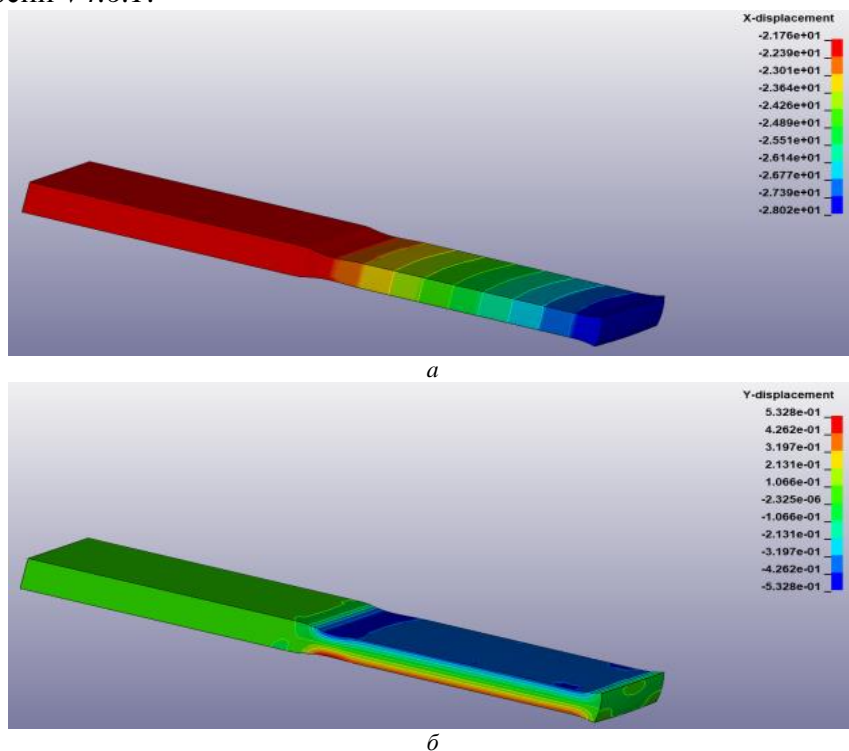


Рис. 6. Характер возникновения продольной *a*) и нормальной *б*) деформации в алюминиевой полосе

Как следует из квазиэкспериментов, в процессе прокатки продольное и поперечные деформации составили 28% и 10%, соответственно. Вместе с тем, из теоретических результатов, согласно формуле (33), продольное удлинение алюминиевой полосы составляет примерно 50%. Такое завышение объясняется тем, что теория прокатки рассматривается в двумерной постановке, где пренебрегается поперечной деформацией.

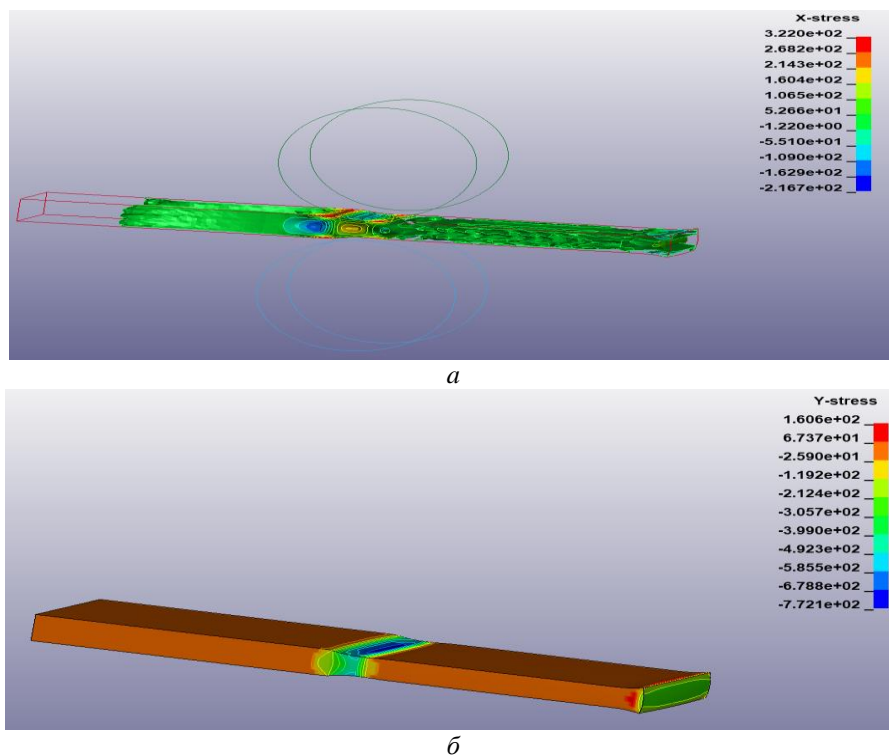


Рис. 7. Распределение продольного (а) и нормального (б) напряжения в алюминиевой полосе

Из рис.7 следует, что в рассматриваемом образце в активной зоне прокатки в основном преобладают продольное и нормальное напряжения, что способствует увеличению длины и уменьшению толщины, причем наибольшие продольные напряжения возникают на поверхности алюминиевой полосы, что подтверждается предложенной теорией.

Заключение:

1. Дана новая формулировка задачи для математического моделирования симметричного и асимметричного технологического процесса прокатки металлических полос в функциях напряжений Эри.
2. Предложена новая модель для упругопластической деформации для прокатки металлических полос.
3. Полученные результаты распределения компонент тензора напряжений достоверно и эффективно отражают реальную картину проката металлических полос, что проверено квазиэкспериментами.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Senanayake R. S., Cole I. M., Thiruvarudchelvan S.* The application of computational and experimental techniques to metal deformation in cold roll forming // *Journal of Materials Processing Technology*. 1994, Vol. 45, № 1-4, pp.155-160.
- [2] *Liu C. et al.* Elastic-plastic finite-element modelling of cold rolling of strip // *International journal of mechanical sciences*. 1985, Vol. 27, № 7-8, pp. 531-541.
- [3] *Alsamhan A., Hartely P., Pillinger I.* The computer simulation of cold-roll-forming using FE methods and applied real time re-meshing techniques // *Journal of Materials Processing Technology*. 2003, Vol. 142, № 1, pp. 102-111.
- [4] *Davies C. H. J., Hong L.* The cellular automaton simulation of static recrystallization in cold-rolled AA1050 // *Scripta materialia*. 1999, Vol. 40, № 10, pp.1145-1150.
- [5] *Ключников К.Ю., Еришов С.В., Лохматов А.П.* Анализ основных положений математического моделирования процесса плющения круглой заготовки // *Фундаментальные и прикладные проблемы черной металлургии*. 2005, № 4, С.100-107
- [6] *Nguyen V. B. et al.* Dimpling process in cold roll metal forming by finite element modelling and experimental validation // *Journal of Manufacturing Processes*. 2014. Vol. 16. №. 3. pp. 363-372.
- [7] *Ахмедов А.Б., Шешенин С.В.* К построению нелинейных уравнений движения ортотропных пластин // *Вестник МГУ, серия физико-математических наук*. 2012, №3, С.39.
- [8] *Ахмедов А.Б.* Численное решение спектральных задач. Ташкент. Фан. 2012. –118 с.
- [9] *Akhmedov A.B., Mavlonov T.A. et al.* Simulation modelling of cold rolled metal strip by asymmetric technology / *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2020.

- [10] Сатонин А.В. Математическое моделирование напряжённо-деформированного состояния металла при горячей сортовой прокатке тонких угловых профилей сложной формы // Вісник Донбаської державної машинобудівної академії. Краматорськ: ДДМА. 2010, № 1, С. 18.
- [11] Трусов К.А., Конаев О.В., Нуштаев Д.В. Моделирование режимов правки плоского проката // Инженерные системы. 2017, №5, С.128-133.
- [12] Авцынов В.Н. Совершенствование технологии холодной прокатки и термообработки автолистовой стали с использованием математического моделирования: Дисс... докт. техн. наук. Липецк. 2006. – 133 с.
- [13] Требушко О.И. Основы теории упругости и пластичности. Москва. Наука, 1984, – 320 с.

Дата поступления
03.01.2023

Ахмедов А.Б., Холманов Н.Ю. Асимметричная технология асотида металл тасмаларни прокатлаш жароёнини математик моделлаштириши.

Аннотация: Ҳозирги вақтда математик моделлаштиришининг замонавий усулларидан фойдаланиш, турли хил конфигурацияли металлларни прокатлаш учун энергия тежамкор технологияларни оптималлаштириши, машинасозликда ишлаб чиқаришни ахборотлаштиришининг долзарб йўналишига айланмоқда. Шу билан бирга, мақолада асимметричная технологиядан фойдаланган ҳолда металл листларни прокатлаш жароёни бир жинсли бўлмаган деформация-кучланиш ҳолати орқалиқда ўрганилади. Ҳозиргача маълум ёндашувлар прокатланган листларини ҳолатини ўрганишида асосан турли хил маҳсулотларни шакллантиришининг энг самарали усулларини аниқлаш учун тажрибалар ўтказиш ва имитацион моделлаштириши билан чекланган. Чекли элемент усули билан имитацион моделлаштириши тадқиқотчиға мураккаб конфигурациянинг турли жисмларининг тўлиқ ечимларини яқинлаштириши учун кенг воситаларни тақдим этгани кенг қўлланилади. Чекли элементларда таҳлил қилишининг камчиликлари юқори ҳисоблаш ҳажми ва бир мувозанат ҳолатидан иккинчисига ўтишида чекланган қобилиятидир. Умумийлик туфайли аналитик ёндашувлар ушбу иккала муаммони ҳам енгиб ўтиши мумкин.

Каноник бўлмаган деформацион соҳаларида математик моделлаштиришига асосланган ушбу ишда эластик-пластик деформацияланишининг фаол зонасида асимметричная ва симметричная технологиядан фойдаланган ҳолда прокатлаш жароёнининг деформация-кучланиш ҳолатини ўрганишида энг мақбул технологик параметрларни аниқлаш ёндашуви таклиф этилади. Таклиф этилаётган ёндашувнинг самарадорлиги бўйича LS-DYNA асотида имитацион моделлаштириши орқали асосланади.

Калим сўзлар: кучланиш функцияси; совуқ прокатлаш; эластик-пластик деформациялар; металл лист; асимметричная технология.

Akhmedov A.B., Kholmanov N.Yu. Mathematical modeling of rolled metal strip using asymmetric technology.

Abstract: Currently, the optimization of energy-saving technologies in mechanical engineering for the production of rolled sheets with various configurations using modern methods of mathematical modeling is becoming an urgent direction for the informatization of machine-building production. At the same time, in the core, the process of cold rolling of metal sheets using asymmetric technology is accompanied by an inhomogeneous stress-strain state. Known approaches to the study of cold rolled metal sheets are mainly limited to conducting experiments and simulation modeling to determine the most effective ways of forming various products. Simulation modeling by the finite element method provides the researcher with universal means for approximating complete solutions of various bodies of complex configuration and therefore has wide application. The obvious disadvantage of finite element analysis is a sufficiently high computational volume and a limited ability to understand the transition from one equilibrium state to another. Due to generality, analytical approaches can usually overcome both of these problems.

In this paper, based on mathematical modeling in non-canonical deformation regions, an approach is proposed to determine the optimal technological parameters for the study of the stress-strain state of the cold rolling process using asymmetric and symmetric technology in the active zone of elastic-plastic deformations. To substantiate the effectiveness of the proposed approach, the problem under consideration was solved by simulation modeling based on the LS-DYNA by LS-PrePost(R) application software package version V4.6.1.

Keywords: stress function; cold rolling; elastic-plastic deformations; metal strip; asymmetric technology.

КОЛЕБАНИЯ БАЛКИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ МОСТОВ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С ГРУНТОВЫМИ ОПОРАМИ ПРИ ДЕЙСТВИИ ПОДВИЖНЫХ СВЕРХНОРМАТИВНЫХ ГРУЗОВ

Мардонов Б.М., Бекмирзаев Д.А., Нишонов Н.А., Бердибаев М.Ж., Ботабаев Н.И.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан

E-mail: mars.berdibaev@mail.ru

***Аннотация:** В статье рассмотрены поперечные колебания однопролетного балочного моста под действием сверхнормативных грузов. Погруженная в грунтовую среду свайная часть балки взаимодействует с окружающим грунтом по закону Винклера. Принято, что деформация конструкции не выходит за предел упругости, и колебания носят линейный характер. Задача решена аналитическим методом Фурье. Установлены закономерности распределения прогибов балки и продольного напряжения по длине балки для различных моментов времени.*

***Ключевые слова:** мост; балка; колебания; напряжение; прогиб; сверхнормативный груз; грунт; опора.*

Введение. В настоящее время с ростом трафика изучение и анализ колебательных процессов транспортных сооружений под действием подвижной нагрузки приобретает актуальность. Это связано с ростом скоростей движения, с непрерывным возрастанием доли многоосных и тяжелогруженных автомобилей в общем транспорте потоке. С другой стороны, с каждым годом у всё большего числа транспортных сооружений в процессе эксплуатации, из-за повышенного динамического воздействия со стороны автотранспорта и ненадлежащей эксплуатации, появляются дефекты и повреждения, которые даже при кратковременном и тем более длительном воздействии меняют характер колебаний сооружений при подвижной нагрузке и могут повлиять на долговечность сооружения.

Характерной особенностью эксплуатации транспортного сооружения являются нестационарные динамические воздействия. Поэтому работы по уточнению расчетных схем пролетных строений мостов, в том числе расчетных схем, учитывающих накопленные сооружением дефекты, разработка уточненных пространственных динамических моделей подвижной нагрузки с возможностью учета особенностей различных по назначению современных транспортных средств, исследование переходных режимов движения транспортных средств, развитие и совершенствование методов динамического расчета пролетных строений мостов становятся более актуальными и значимыми. В тоже время, интенсивное развитие вычислительной техники позволяет моделировать динамическое поведение дискретно-континуальных и континуальных систем, математическая модель которых описывается уточненными дифференциальными уравнениями в частных производных.

В связи с этим создание научно обоснованной современной методики оценки динамических воздействий подвижной нагрузки на пролетные строения автодорожных мостов является актуальной задачей.

Методы. Для оценки надежности и несущей способности таких инженерных сооружений, находящихся под действием нестационарных динамических воздействий, используются сложные, современные и совершенные методы расчета [1–10]. Разработанные на основе их алгоритмы реализуются с использованием интенсивно развивающейся вычислительной техники и пакетов прикладных программ. Это позволяет выполнять достаточное число вычислительных экспериментов для получения полной картины НДС сооружения. Однако, в ряде случаев, оценить надежность работы конструкции с достаточной точностью можно, разумно используя простоту методов расчета в классической постановке без привлечения сложных и современных методов расчета [11–14].

На рис. 1 изображен однопролетный балочный железобетонный автомобильный мост. Рассмотрим опоры моста как жесткие тела, взаимодействующие с грунтом, находящиеся под действием нестационарных динамических воздействий. Установим начало координат в точке O . Ось Ox совпадает с нейтральной осью балок, а оси Oy_1 с началом в точке O_1 перпендикулярны к ней (рис. 2).



Рис.1. Железобетонный мост с автодорожной балкой

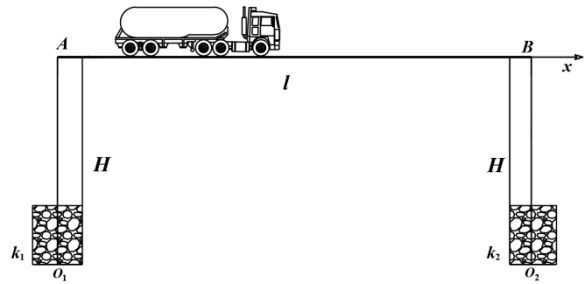


Рис.2. Расчетная схема автомобильного однопролетного балочного моста со сверхнормативными нагрузками

Направим ось Ox вдоль оси балки, начало координат установлено в правой опоре балки. Пусть на балку действует подвижная нагрузка $F(\tau, \zeta)$, распределённая по закону

$$F(\tau, \zeta) = f(\tau - \zeta) \text{ при } 0 < \zeta < \tau, 0 \leq \tau \leq l_0, \tau - l_0 \leq \zeta \leq \tau, l_0 \leq \tau \leq 1$$

$$F(\tau, \zeta) = 0 \text{ при } 0 \leq \zeta \leq 1, \tau \geq 1 + l_0$$

где $\zeta = x/L$, $\tau = v_0 t/L$, $l_0 = l/L$, t – время, L – длина балки, l – длина зоны распределения нагрузки, v_0 – скорость движения сверхнормативной грузы. Прогибы балки $W(x, t)$ удовлетворяют уравнениям [15-17]

$$m_b \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + EJ \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} = f(v_0 t - x). \quad 0 < x < L, \quad t > 0 \quad (1)$$

где m_b – погонная масса балки, E – модуль Юнга материала балки, J_z – момент инерции сечения.

Прогибы $W(x, t)$ удовлетворяют граничным условиям:

$$\frac{\partial W}{\partial x} = 0, \quad M_1 \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = EJ \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} - k_1 W \text{ при } x=0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = 0, \quad M_2 \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = -EJ \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} - k_2 W \text{ при } x=L, \quad (3)$$

где M_1 и M_2 – массы левой и правой опоры, k_1 и k_2 – коэффициенты продольного сдвига опор с окружающим грунтом

Начальные условия предполагаются равными нулю, т.е.

$$W(x, 0) = \frac{\partial W(x, 0)}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

Решение уравнения (1) при граничных условиях (2) – (3) можно получить методом Фурье

$$\bar{W} = \frac{W}{L}, \quad \bar{W} = \sum T_i(\tau) \varphi_i(\xi). \quad (5)$$

Здесь $\varphi_i(\xi)$ собственные функции удовлетворяющие уравнениям

$$\varphi_i^{IV}(\xi) - \lambda_i^4 \varphi_i = 0$$

где $\bar{W} = \frac{W}{L}$, λ_i – собственные числа

Согласно условиям (2) и (3), функции $\varphi_i(\xi)$ выбираются в следующем виде

$$\varphi_i(\xi) = \left\{ \beta_1 \lambda_i^3 \cdot Y_{2i} [Y_{3i} \cdot Y_1(\lambda_i \xi) - Y_{4i} \cdot Y_4(\lambda_i \xi)] + F_i [Y_{3i} \cdot Y_3(\lambda_i \xi) - Y_{2i} \cdot Y_4(\lambda_i \xi)] \right\} F_i \cdot Y_{3i}$$

где, $F_i = (1 - \alpha_1 \beta_1 \lambda_i^4) Y_{3i} + \beta_1 \cdot \lambda_i^3 Y_{4i}$, $\alpha_1 = \frac{M_1}{mL}$, $\beta_1 = \frac{EJ}{k_1 L^3}$,

$$Y_{2i} = Y_2(\lambda_i), \quad Y_{2i} = Y_2(\lambda_i), \quad Y_{3i} = Y_3(\lambda_i), \quad Y_{4i} = Y_4(\lambda_i).$$

где $Y_1(z)$ – функции Крылова,

$$Y_1(x) = (chx + \cos x)/2, \quad Y_2(x) = (chx + \sin x)/2, \quad Y_3(x) = (chx - \cos x)/2, \quad Y_4(x) = (shx - \sin x)/2,$$

λ_i – корни трансцендентного уравнения.

$$(1 - \alpha_2 \beta_2 \lambda^4) Y_i(1) - \beta_2 \cdot Y_i'''(1) = 0.$$

где $\alpha_2 = \frac{M_2}{mL}$, $\beta_2 = \frac{EJ}{k_2L}$.

Функции $\varphi_n(\xi)$ удовлетворяют условию ортогональности

$$\int_0^1 \varphi_i(\xi)\varphi_j(\xi)d\xi + \alpha_1\varphi_i(0)\varphi_j(0) + \alpha_2\varphi_i(1)\varphi_j(1) = 0, \quad i \neq j$$

Подставим выражение (5) в уравнение (1), получаем

$$\sum (\ddot{T}_i + \omega_i^2 T_i)\varphi_i(\xi) = \frac{L}{mv_0^2 C_i} \cdot f(\tau - \xi)H(\tau - \xi) \cdot H(l_0 - \tau + \xi) \quad (6)$$

$$0 \leq \xi \leq 1, \quad 0 \leq \tau \leq 1 + l_0 \quad (7)$$

где $H(z)$ – единичная функция Хевисайда

Записываем ряд (5) при $\xi=0$ и $\xi=1$

$$\sum_{i=1}^{\infty} (\ddot{T}_i + \omega_i^2 T_i)\varphi_i(0) = \frac{L}{mv_0^2 C_i} \cdot \varphi_i(0)f(\tau)H(\tau) \cdot H(l_0 - \tau) \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} (\ddot{T}_i + \omega_i^2 T_i)\varphi_i(1) = \frac{L}{mv_0^2 C_i} \cdot \varphi_i(1)f(\tau - 1)H(\tau - 1) \cdot H(l_0 + 1 - \tau) \quad (9)$$

Умножим уравнение (6) на $\varphi_i(\xi)$ и интегрируем по переменной ξ , в интеграла $0 < \xi < 1$, выражения (8) и (9) соответственно умножаем на $\alpha_1\varphi_i(0)$ и $\alpha_2\varphi_i(1)$ и, складывая результат, а также используя условие ортогональности функций $\varphi_i(\xi)$, получаем уравнения для определения T_i

$$\ddot{T}_i + \omega_i^2 T_i = \frac{L}{mv_0^2 C_i} \int_0^{\tau} f(\tau - \xi) \cdot \varphi_i(\xi) d\xi + \alpha_1 \varphi_i(0) f(\tau) = F_{1i}(\tau) \quad \text{при } 0 \leq \tau \leq l_0 \quad (10)$$

$$\ddot{T}_i + \omega_i^2 T_i = \frac{L}{mv_0^2 C_i} \int_{\tau - l_0}^{\tau} f(\tau - \xi) \cdot \varphi_i(\xi) d\xi = F_{2i}(\tau) \quad \text{при } l_0 \leq \tau \leq 1 \quad (11)$$

$$\ddot{T}_i + \omega_i^2 T_i = \frac{L}{mv_0^2 C_i} \int_{\tau - l_0}^1 f(\tau - \xi) \cdot \varphi_i(\xi) d\xi + \alpha_2 \varphi_i(1) f(\tau - 1) = F_{3i}(\tau) \quad \text{при } 1 \leq \tau \leq 1 + l_0 \quad (12)$$

где $C_i = \int_0^1 \varphi_i^2(\xi) d\xi + \alpha_1 \varphi_i^2(0) + \alpha_2 \varphi_i^2(1)$

Решения уравнений (10) – (12) имеют вид

$$T_i = T_{1i} = \frac{1}{\omega_i} \int_0^{\tau} F_{1i}(z) \sin \omega_i(\tau - z) dz \quad \text{при } 0 \leq \tau \leq l_0$$

$$T_i = T_{2i} = \frac{1}{\omega_i} \left[\int_0^{l_0} F_{1i}(z) \sin \omega_i(\tau - z) dz + \int_{l_0}^{\tau} F_{2i}(z) \sin \omega_i(\tau - z) dz \right] \quad \text{при } l_0 \leq \tau \leq 1$$

$$T_i = T_{3i} = \frac{1}{\omega_i} \left[\int_0^{l_0} F_{1i}(z) \sin \omega_i(\tau - z) dz + \int_{l_0}^1 F_{2i}(z) \sin \omega_i(\tau - z) dz + \int_1^{\tau} F_{3i}(z) \sin \omega_i(\tau - z) dz \right]$$

при $1 \leq \tau \leq 1 + l_0$

$$T_i = T_{4i} = \frac{1}{\omega_i} \left[\int_0^{l_0} F_{1i}(z) \sin \omega_i(\tau - z) dz + \int_{l_0}^1 F_{2i}(z) \sin \omega_i(\tau - z) dz + \int_1^{1+l_0} F_{3i}(z) \sin \omega_i(\tau - z) dz \right]$$

при $\tau \geq 1 + l_0$

Результаты и обсуждение 1. Рассмотрим случай, когда на балку действует подвижная нагрузка в виде дельта-функции Дирака (P_0 – величина сосредоточенной силы) (рис. 3):

$$f(\tau - \xi) = \frac{P_0}{L} \delta(\tau - \xi)$$

В этом случае функции $F_i(\tau)$ принимают вид:

$$F_i = \frac{P_0}{mv_0^2 C_i} \varphi_i(\tau) + \alpha_1 \varphi_i(0) \delta(\tau) \text{ при } 0 \leq \tau < 1,$$

$$F_i = \frac{P_0}{mv_0^2 C_i} \varphi_i(1) + \alpha_1 \varphi_i(0) \delta(\tau) + \alpha_2 \varphi_i(1) \delta(\tau - 1)$$

при $\tau \geq 1$.

Решение уравнений (10)-(12) имеет следующий вид

$$T_i = \frac{P_0}{mv_0^2 C_i} \left[\int_0^\tau \varphi_i(z) \sin \omega_i(z - \tau) dz + \alpha_1 \varphi_i(0) \sin \omega_i \tau \right] \text{ при } 0 \leq \tau \leq 1,$$

$$T_i = \frac{P_0}{mv_0^2 C_i} \left[\int_0^1 \varphi_i(\tau - 1) \sin \omega_i(z - \tau) dz + \alpha_1 \varphi_i(0) \sin \omega_i \tau + \alpha_2 \varphi_i(1) \sin \omega_i(\tau - 1) \right] \text{ при } \tau \geq 1$$

На рис.4-5 представлены графики распределений прогибов $W(m)$ (а) и продольных напряжений $\sigma(\text{МПа})$ (б) по длине балки для трех значений коэффициента жесткости $k=k_1=k_2$ (Н/м²) в различных моментах времени $\tau=v_0 t/L$. В расчетах принято: $L=24$ м, $m_b=1517$ кг/м, $M_1=M_2=5000$ кг, $E=3.45 \cdot 10^{10}$ Па, $J=0.023$ м⁴, $v_0=25$ км/час, $P=400$ кН.

На рисунках 4-5 представлены графики распределения прогибов балки $W(\zeta, \tau)$ и напряжения σ вдоль балки при различных значениях безразмерного времени τ .

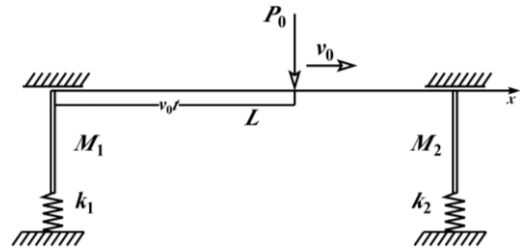
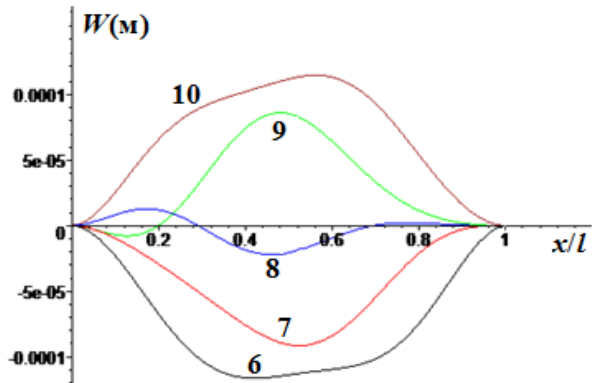
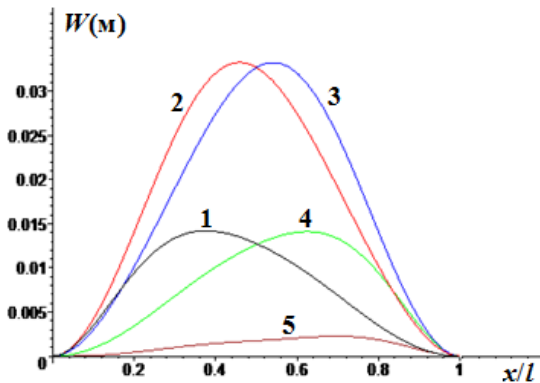


Рис.3. Расчетная схема подвижной сосредоточенной нагрузки



б

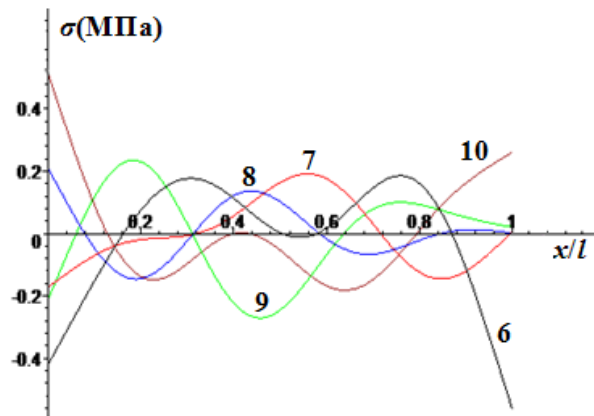
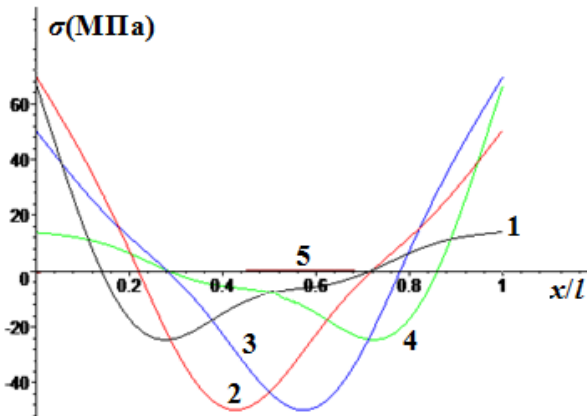


Рис.4. Распределения прогибов балки $W(m)$ (а) и продольных напряжений $\sigma(\text{МПа})$ (б) по длине для $k=10^{10}$ Н/м² и различных моментов времени t (сек): 1- $t=0.2$, 2- $t=0.4$, 3- $t=0.6$, 4- $t=0.8$, 5- $t=0.93$, 6- $t=1.2$, 7- $t=1.4$, 8- $t=1.6$, 9- $t=1.8$, 10- $t=2$.

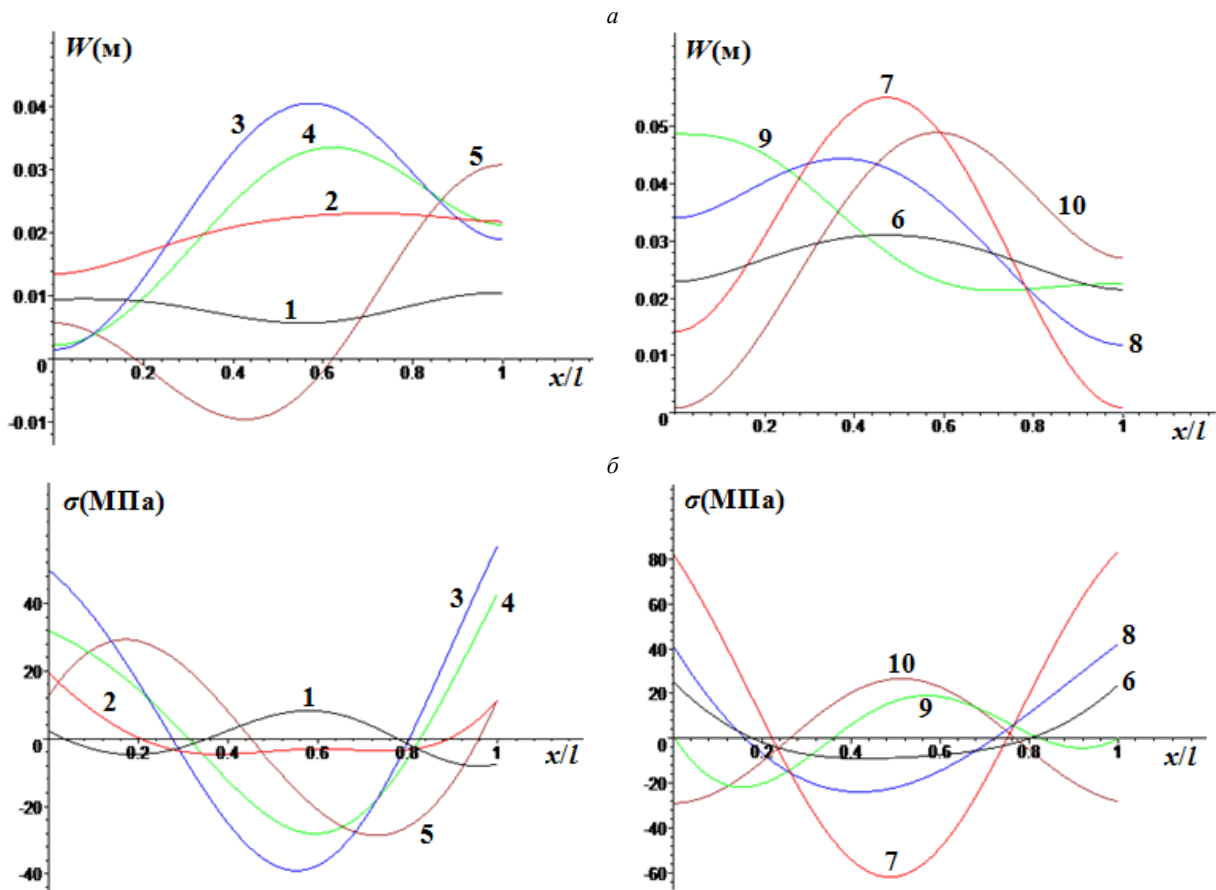


Рис.5. Распределения прогибов балки $W(m)$ (а) и продольных напряжений $\sigma(MPa)$ (б) по длине для $k=10^7$ Н/м² и различных моментов времени t (сек): 1- $t=0.2$, 2- $t=0.4$, 3- $t=0.6$, 4- $t=0.8$, 5- $t=0.93$, 6- $t=1.2$, 7- $t=1.4$, 8- $t=1.6$, 9- $t=1.8$, 10- $t=2$.

Из анализа кривых, представленных на рис.4–5 следует, что максимальные прогибы балки наблюдается в момент прохождения груза через середину балки. При этом максимальные напряжения возникают в начальном сечении, и слабая связь опоры с грунтом может привести к значительному снижению напряжения в начальном и увеличению его в конечном сечении балки.

2. Пусть теперь на балку действует нагрузка $P(x, t)$, равномерно распределенная на участке балки длиной l (рис.6), определяемая по формуле ($l_0=l/L$)

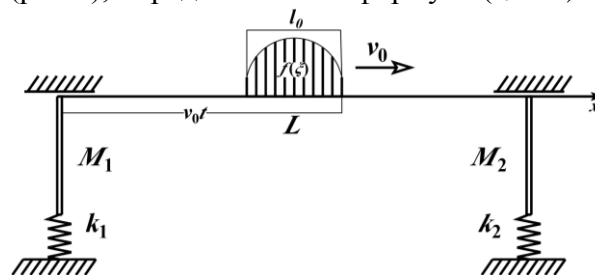


Рис.6. Расчетная схема подвижной распределенной нагрузки

$$f(\tau - \xi) = \frac{P_0}{L}, \quad 0 \leq \xi \leq \tau - l_0, \quad 0 \leq \tau \leq l_0$$

$$f(\tau - \xi) = \frac{P_0}{L}, \quad \tau - l_0 \leq \xi \leq \tau, \quad l_0 \leq \tau \leq 1$$

$$f(\tau - \xi) = 0, \quad 0 \leq \xi \leq 1, \quad \tau \geq 1 + l_0$$

Используем выражения из (10) и (11)

$$F_{1i} = \frac{P_0}{mv_0\omega_i C_i} \left[\int_0^\tau \varphi_i(\xi) d\xi + \alpha_1 \varphi_i(0) \right] \text{ при } 0 \leq \tau \leq l_0 \quad (13)$$

$$F_{2i} = \frac{P_0}{mv_0\omega_i C_i} \int_{\tau-l_0}^\tau \varphi_i(\xi) d\xi \text{ при } l_0 \leq \tau \leq 1 \quad (14)$$

$$F_{3i} = \frac{P_0}{mv_0\omega_i C_i} \left[\int_{\tau-l_0}^1 \varphi_i(\xi) d\xi + \alpha_2 \varphi_i(1) \right] \text{ при } 1 \leq \tau \leq 1+l_0 \quad (15)$$

$$T_i = \int_0^\tau F_{1i}(z) \sin \omega_i(\tau - z) dz \text{ при } 0 \leq \tau \leq l_0$$

$$T_i = \left[\int_0^{l_0} F_{1i}(z) \sin \omega_i(\tau - z) dz + \int_{l_0}^\tau F_{2i}(z) \sin \omega_i(\tau - z) dz \right] \text{ при } l_0 \leq \tau \leq 1$$

$$T_i = \left[\int_0^{l_0} F_{1i}(z) \sin \omega_i(\tau - z) dz + \int_{l_0}^1 F_{2i}(z) \sin \omega_i(\tau - z) dz + \int_1^\tau F_{3i}(z) \sin \omega_i(\tau - z) dz \right] \text{ при } 1 \leq \tau \leq 1+l_0$$

$$T_i = \left[\int_0^{l_0} F_{1i}(z) \sin \omega_i(\tau - z) dz + \int_{l_0}^1 F_{2i}(z) \sin \omega_i(\tau - z) dz + \int_1^{1+l_0} F_{3i}(z) \sin \omega_i(\tau - z) dz \right] \text{ при } \tau \geq 1+l_0$$

На рис. 7–8 представлены кривые распределения напряжений для различных значений коэффициента жесткости связи опоры моста с грунтовой средой и времени прохождения груза по мосту.

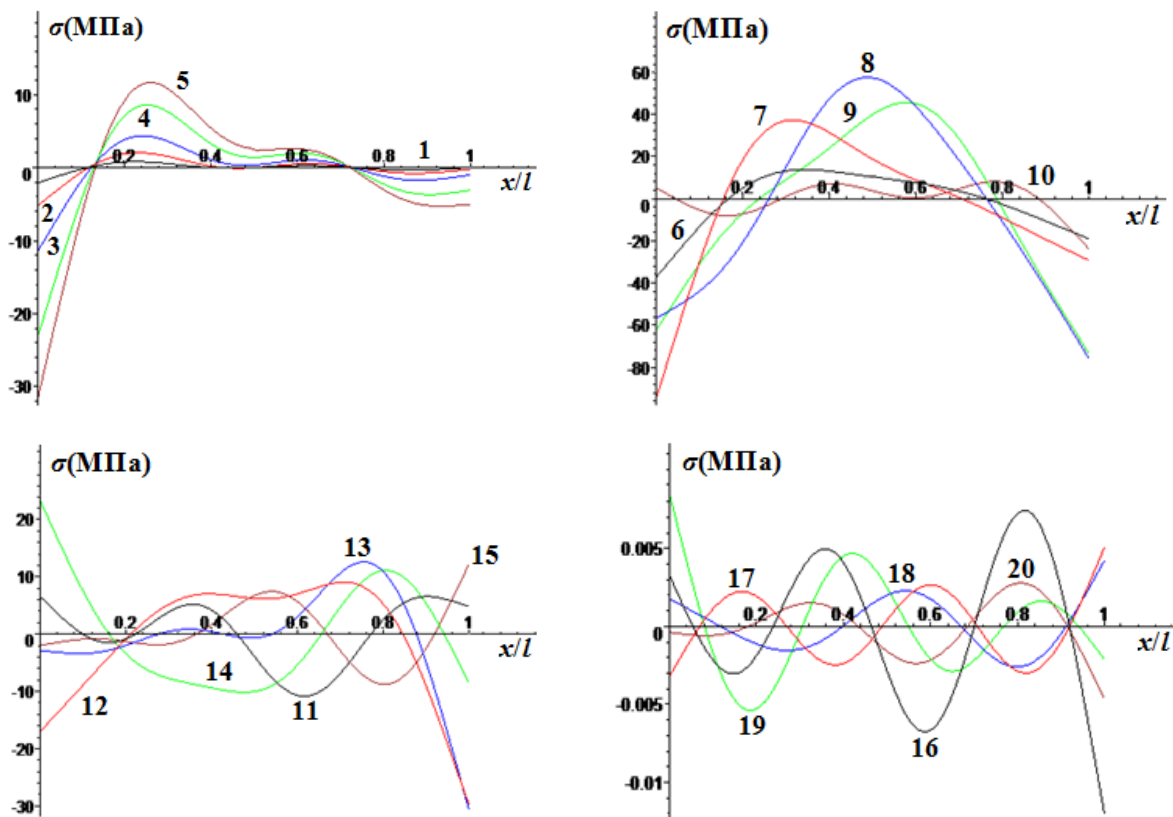


Рис.7. Распределения продольных напряжений σ (МПа) для $k=10^{10}$ Н/м² и различных моментов времени t (сек):
 1- $t=0.08$, 2- $t=0.11$, 3- $t=0.15$, 4- $t=0.2$, 5- $t=0.23$, 6- $t=0.3$, 7- $t=0.4$, 8- $t=0.6$, 9- $t=0.8$, 10- $t=0.97$, 11- $t=1.07$, 12- $t=1.1$,
 13- $t=1.15$, 14- $t=1.2$, 15- $t=1.24$, 16- $t=1.32$, 17- $t=1.35$, 18- $t=1.4$, 19- $t=1.45$, 20- $t=1.5$.

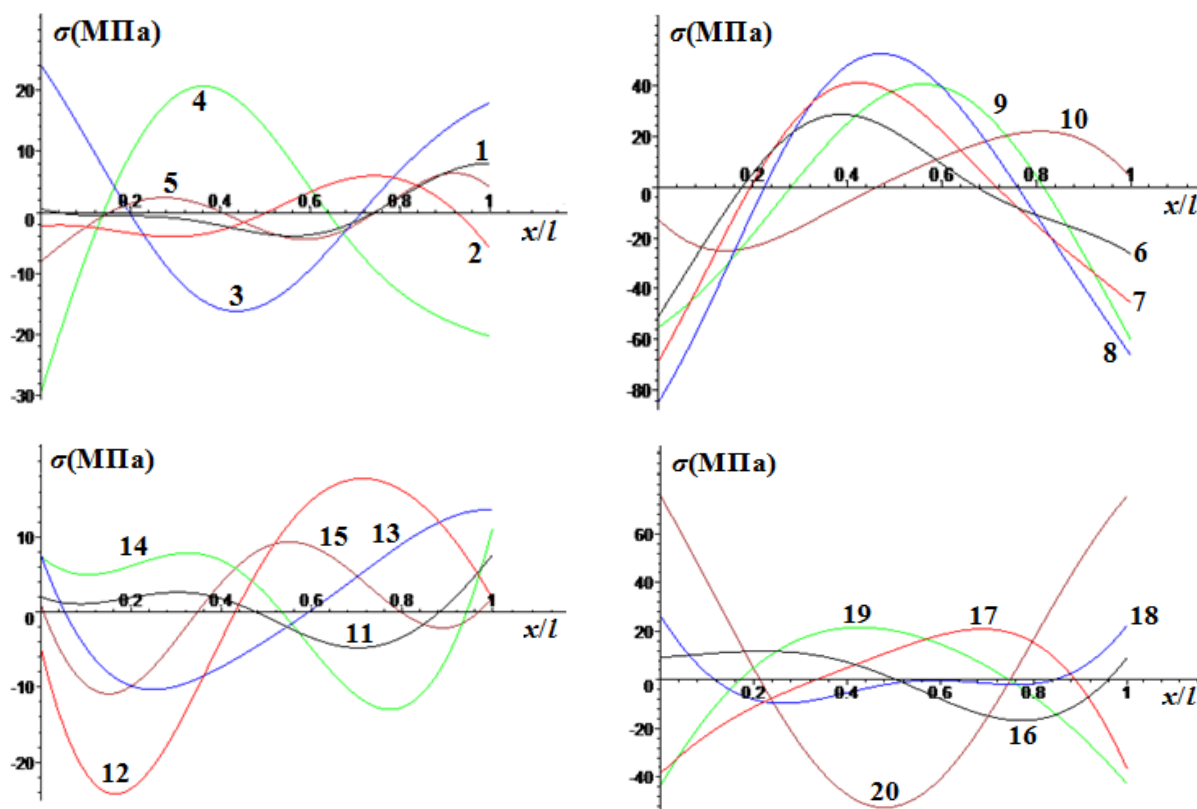


Рис.8. Распределения продольных напряжений σ (МПа) для $k=10^7$ Н/м² и различных моментов времени t (сек):
 1- $t=0.08$, 2- $t=0.11$, 3- $t=0.15$, 4- $t=0.2$, 5- $t=0.23$, 6- $t=0.3$, 7- $t=0.4$, 8- $t=0.6$, 9- $t=0.8$, 10- $t=0.97$, 11- $t=1.07$, 12- $t=1.1$,
 13- $t=1.15$, 14- $t=1.2$, 15- $t=1.24$, 16- $t=1.32$, 17- $t=1.35$, 18- $t=1.4$, 19- $t=1.45$, 20- $t=1.5$.

Из анализа кривых, представленных на рис. 7–8 следует, что характер распределения существенно зависит от места нахождения груза на балке и значений коэффициента жесткости связи опор с грунтом. При высоких значениях этого коэффициента наибольшее напряжение возникает в сечениях прохождения груза по поверхности балки, с уменьшением значений k наблюдается возникновение наибольших напряжений в моментах времени, когда груз завершает движение по мосту.

Заключение. Методом Фурье получено аналитическое решение задачи и численно проанализирована динамика конструкции при воздействии подвижной сверхнормативной нагрузки с учетом взаимодействия опорной части моста с окружающим грунтом.

Действие сверхнормативных грузов на балку приводит к возникновению максимальных продольных усилий в начальных, средних и концевых сечениях балки в момент прохождения нагрузки через эти сечения.

После завершения действия сверхнормативных грузов законы распределения напряжений по длине балки практически не зависят от времени.

Рост коэффициента жесткости упругой связи опор с грунтом по-разному влияет на характер распределения напряжения по длине балки. Так при высоких значениях коэффициента законы распределения напряжений по длине балки практически не зависят от времени. При этом рост значения этого коэффициента приводит к увеличению напряжений в сечениях балки.

При действии сверхнормативных грузов, в зависимости от коэффициента жесткости связи опор с грунтом, в середине сечения балки может возникать напряжение, превосходящее предельное. Это обстоятельство указывает на необходимость учета характера взаимодействия опор с окружающим их грунтом при проведении расчетов балок на действие подвижных нагрузок.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бабаков И. М. Теория колебаний. Москва. Гос. изд-во технико-теоретической лит-ры, 1958, -628 с.
- [2] Киселев В.А. Строительная механика. Специальный курс (динамика и устойчивость сооружений). Москва. Стройиздат, 1980, -616 с.
- [3] Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. - Москва: Мир, 1967, -570 с.
- [4] Rashidov T., Baybulatov K., Bekmirzaev D., Takhirov S., Gayibov J., Nishonov N. Comprehensive Program on Structural Assessment of Bridges in Uzbekistan / The 17th World Conference on Earthquake Engineering: Sendai, Japan, 2020. Vol. 3542. P.3с-0013.
- [5] Berdibaev Mars, Mardonov Batir, Khurramov Asror. Vibrations of a Girder on Rigid Supports of Finite Mass Interacting With Soil under Seismic Loads / E3S Web of Conferences. 2021. №264. P.02038.
- [6] Мардонов Б.М., Байбулатов Х.А., Бердибаев М.Ж. Расчет балочных автодорожных мостов на сейсмические нагрузки с учетом взаимодействия опор с грунтом // Проблемы механики. 2021, № 2, С.54-64.
- [7] Мардонов Б.М., Нишионов Н.А., Бердибаев М.Ж. Расчет двухпролетного автодорожного балочного моста на воздействие сейсмической волны // Проблемы механики. 2021, № 4, С.3-12.
- [8] Байбулатов Х.А., Бердибаев М.Ж. Усиление сжатых элементов опор автодорожных железобетонных мостов // Проблемы архитектуры и строительства (научно-технический журнал). 2021, № 2, С.133-137.
- [9] Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний. Санкт-Петербург. Изд-во «Лань», 2005, -440 с.
- [10] Кадисов Г.М. Колебания упругих систем под воздействием подвижных нагрузок // Пробл. прочн. матер, и конструкций на трансп. Омск, 1997, С. 98-108.
- [11] Саламахин П.М. Временные нагрузки на автодорожные мосты. Недостатки, их последствия способы их устранения / Palmarium Academic Publishing: Saarbrücken, 2013. – С.78.
- [12] Барченков А.Г. Анализ данных динамических испытаний автодорожных балочных мостов // Исследования по статике и динамике стержневых систем. Воронеж, 1983, -С. 43-55.
- [13] Барченков А. Г. Динамический расчет автодорожных мостов. Москва. Транспорт, 1976, -199 с.
- [14] Мардонов Б.М., Нишионов Н.А., Бердибаев М.Ж. Колебания балки на взаимодействующих с грунтом опорах при действии подвижных нагрузок // Проблемы механики. Ташкент, 2022, № 2, С.33-42.
- [15] Berdibaev M. Assessment of vibrations of reinforced concrete beams of bridges under moving loads by taking into account the interaction of the supports with the ground // Railway transport: topical issues and innovations 2022, №2, pp 60-67.
- [16] Бердибаев М.Ж. Турли грунт шароитларида жойлашган тўсинли темирбетон кўприкларни ҳаракатланувчи юклар таъсирига ҳисоблаш // Меъморчилик ва курилиш муаммолари (илмий-техник журналы). Самарқанд. 2022, №2, 141-144 б.
- [17] Berdibaev M., Mardonov B., Nishonov N. Calculation of beam road bridges for seismic loads taking into account the interaction of supports with the ground // AIP Conference Proceedings 2612, 040017 (2023); <https://doi.org/10.1063/5.0113617>. Published Online: 15 March 2023.

Дата поступления
14.02.2023

Мардонов Б.М., Бекмирзаев Д.А., Нишионов Н.А., Бердибаев М.Ж., Ботабаев Н.И. Таянчлари грунт билан ўзаро таъсирдаги темирбетон кўприк тўсинининг ҳаракатланувчи меърдан ортиқ оғир юклар таъсирида тебраниши.

Аннотация. Мақолада меърдан ортиқ оғир юклар таъсирида бир оралиқли тўсинли кўприкнинг кўндаланг тебранишлари кўриб чиқилган. Грунтда жойлашган қозик қисми Винклер қонуниятига бўйича грунт билан ўзаро таъсирда бицлади. Конструкциянинг деформацияси эластиклик чегарадан ошмайди ва тебранишлар чизиқли характерга эга бўлиши шартли қабул қилинган. Масала аналитик Фуре усули билан ечилган. Турли вақт моментлари учун тўсиннинг узунлиги бўйлаб салқилик ва кучланишларининг тақсимланиши қонуниятлари ўрганилган.

Калит сўзлар: кўприк; тўсин; тебраниш; кучланиш; салқилик; меърдан ортиқ оғир юк; грунт; таянч.

Mardonov B.M., Bekmirzaev D.A., Nishonov N.A., Berdibaev M.J., Botabaev N.I. The vibrations of the beam reinforced concrete bridge interacting with the ground supports under the action of movable excessive loads.

Abstract. The article considers the transverse vibrations of a single-span beam bridge under excess loads. The pile part of the beam immersed in the ground environment interacts with the surrounding soil according to Winkler's law. It is accepted that the deformation of the structure does not go beyond the elastic limit and the oscillations are linear. The problem is solved by the analytical Fourier method. The regularities of the distribution of beam deflections and longitudinal stress along the length of the beam for different moments time are established.

Keywords: bridge; beam; vibration; stress; deflection; excessive loads; soil; support.

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ГАРМОНИЧЕСКОГО КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТИПА

Турдалиев В.М., Косимов А.А., Акбаралиев Х.Х., Мамашаев М.А.

Наманганский инженерно-строительный институт, Наманган, Узбекистан
E-mail: Vox-171181@mail.ru

Аннотация: В данной статье приведены результаты кинематического анализа гармонического кулачкового механизма цилиндрического типа аналитическим методом. На основе теоретических исследований получены аналитические выражения, позволяющие определить перемещение, скорость и ускорение составного роликового толкателя. На основе численного решения полученных выражений были определены закономерности изменения графического вида исследуемых параметров. Проанализированы выявленные закономерности и изучено влияние изменения геометрических и кинематических параметров гармонического кулачкового механизма цилиндрического типа на перемещение, скорость и ускорение роликового толкателя.

Ключевые слова: механизм; кулачок; толкатель; ролик; перемещение; скорость; ускорение; выражение; кинематика; деформация; число зубьев; высота зубьев.

Введение. В приводах ряда машин применяются различные передаточные механизмы, такие как рычажные, зубчатые, кулачковые, ременные, цепные и другие. Эти механизмы отличаются друг от друга типом передачи движения, числом передач и работоспособностью при высоких нагрузках. Однако не все механизмы имеют возможность преобразования одного вида движения в другой. С помощью кулачковых механизмов можно получить заданный произвольный закон движения толкателя. Кулачковые механизмы до сих пор широко используются в приводах технологических машин благодаря ряду преимуществ. При этом существующие их конструкции совершенствуются или создаются новые типы этих механизмов.

Литература и метод. По сравнению с другими передаточными механизмами кулачковые механизмы имеют ряд преимуществ. Профиль кулачка может быть выполнен любой

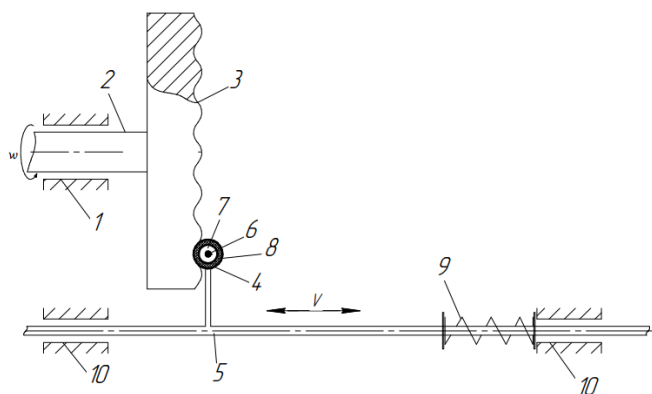


Рис. 1. Конструкция кулачкового механизма: 1 – опора, 2 – ведущий вал, 3 – цилиндрический кулачок, 4 – ролик, 5 – толкатель, 6 – ось, 7 – металлическая втулка, 8 – резиновая втулка, 9 – пружина, 10 – направляющий

формы, поэтому ведомое звено может реализовывать различные законы движения. С помощью других механизмов трудно получить конструкцию с определенным характером движения по отношению к перемещению, скорости и ускорению ведомого звена. Этого можно добиться с помощью кулачковых механизмов с более высокой точностью и экономичностью [1, 2].

В результате исследований была разработана конструкция гармонического кулачкового механизма цилиндрического типа для семяпровода овощных сеялок (рис. 1) [3].

В исследованиях мы предполагаем, что степень подвижности кулачкового механизма, показанного на рис. 1, равна двум. Так как в результате поворота кулачка на угол φ_1 и деформации резины в ролике на Δx толкатель перемещается на расстояние S , то обобщенными координатами в этом кулачковом механизме являются φ_1 и Δx .

Анализ кулачковых механизмов начинается с определением законов движения толкателя кинематическим методом. Кинематический анализ выполняется тремя различными способами: графическим, графоаналитическим и аналитическим. Среди этих методов ана-

литический метод считается более точным методом. Поскольку заранее определить скорость и ускорение звеньев не представляется возможным, вводится понятие аналогов скорости или ускорения [4, 5].

Согласно [6], если обобщенные координаты линейны ($q_1=S_1$) в кулачковом механизме, скорость и ускорение толкателя могут быть выражены следующим образом, т.е.

$$v_2 = \dot{q}_1 \frac{dS_2}{dq_1} = v_1 \frac{dS_2}{dS_1} \quad (1)$$

и

$$a_2^r = (\dot{q}_1) \frac{d^2 S_2}{dq_1^2} + \ddot{q}_1 \frac{dS_2}{dq_1} = v_1^2 \frac{d^2 S_2}{dS_1^2} + a_1^r \frac{dS_2}{dS_1}, \quad (2)$$

где $\dot{q}_1 = v_1$ – обобщенная скорость, м/с; $\frac{dS_2}{dq_1} = \frac{dS_2}{dS_1}$ – аналог скорости; \ddot{q}_1 – обобщенное ускорение, м/с²; $\frac{d^2 S_2}{dS_1^2}$ – аналог ускорения; a_1^r – тангенциальное ускорение кулачка, м/с².

Если обобщенной координатой является угол ($q_1=\varphi_1$), то скорость и ускорение толкателя можно выразить следующим образом, т.е.

$$v_2 = \dot{q}_1 \frac{dS_2}{dq_1} = \omega_1 \frac{dS_2}{dS_1} = \omega_1 S_2' \quad (3)$$

и

$$a_2^r = (\dot{q}_1) \frac{d^2 S_2}{dq_1^2} + \ddot{q}_1 \frac{dS_2}{dq_1} = \omega_1^2 \frac{d^2 S_2}{d\varphi_1^2} + \varepsilon_1 \frac{dS_2}{d\varphi_1} = \omega_1^2 S_2'' + \varepsilon_1 S_2', \quad (4)$$

где ω_1 – угловая скорость кулачка, 1/с.

Результаты. Если кулачковый механизм, показанный на рис. 1, не содержит резины на ролике, то перемещение толкателя можно выразить следующим образом, т.е.

$$S = \frac{h}{2} - \frac{h}{2} \cos(\varphi_1), \quad (5)$$

где h – высота зубьев кулачка, м.

Как было сказано выше, положение толкателя в таком кулачковом механизме должно быть представлено двумя обобщенными координатами. При этом деформация резины в ролике также меняется в зависимости от φ_1 , потому что, когда кулачок совершает вращательное движение (т.е. при подъеме толкателя), величина деформации резины увеличивается, а при падении толкателя деформация уменьшается. Поэтому мы принимаем их изменения как зависящие от времени и выражаем закон перемещения толкателя в двух частях следующим образом:

$$S(t) = \frac{h - \Delta x}{2} (1 - \cos(\varphi_1)). \quad (5)$$

Если учесть угловую скорость кулачка, то угол его поворота можно выразить как:

$$\varphi_1 = \omega_1 t. \quad (6)$$

где t – время, с.

Если учесть уравнение (6) и число зубьев кулачка, то уравнение (5) имеет вид

$$S(t) = \frac{h - \Delta x}{2} (1 - \cos(z\omega_1 t)). \quad (7)$$

Дважды продифференцировав выражение (7), выразим скорость и ускорение толкателя следующим образом:
 скорость толкателя

$$V = \frac{dS}{dt} = z\omega_1 \left(\frac{h - \Delta x}{2} \right) \sin(z\omega_1 t); \quad (8)$$

ускорение толкателя

$$a = \frac{d^2 S}{dt^2} = z^2 \omega_1^2 \left(\frac{h - \Delta x}{2} \right) \cos(z\omega_1 t). \quad (9)$$

На основании проведенного анализа можно выделить, что в выражении (8) рассматривается следующий аналог скорости

$$S' = z \left(\frac{h - \Delta x}{2} \right) \sin(z\omega t).$$

А в выражении (9) рассматривается следующий аналог ускорения

$$S'' = z^2 \left(\frac{h - \Delta x}{2} \right) \cos(z\omega t).$$

Для изучения закономерностей изменения движения толкателя проведем численное решение выражений (5), (8) и (9). Численные решения выполняются при следующих значениях параметров: $h=(0.03; 0.04; 0.05)$ м; $\varphi_1 = \omega t = (0-360)$ градус; $\Delta x=(0; 0.002; 0.004)$ м; $z = (2; 3; 4)$.

Из закона изменения на рис. 2,а видно, что с увеличением величины деформации резины в ролике высота подъема толкателя уменьшается, то есть уменьшается путь перемещения толкателя. Амплитуды колебания скоростей и ускорений уменьшаются с увеличением величины деформации резины в ролике (рис. 2,б и в).

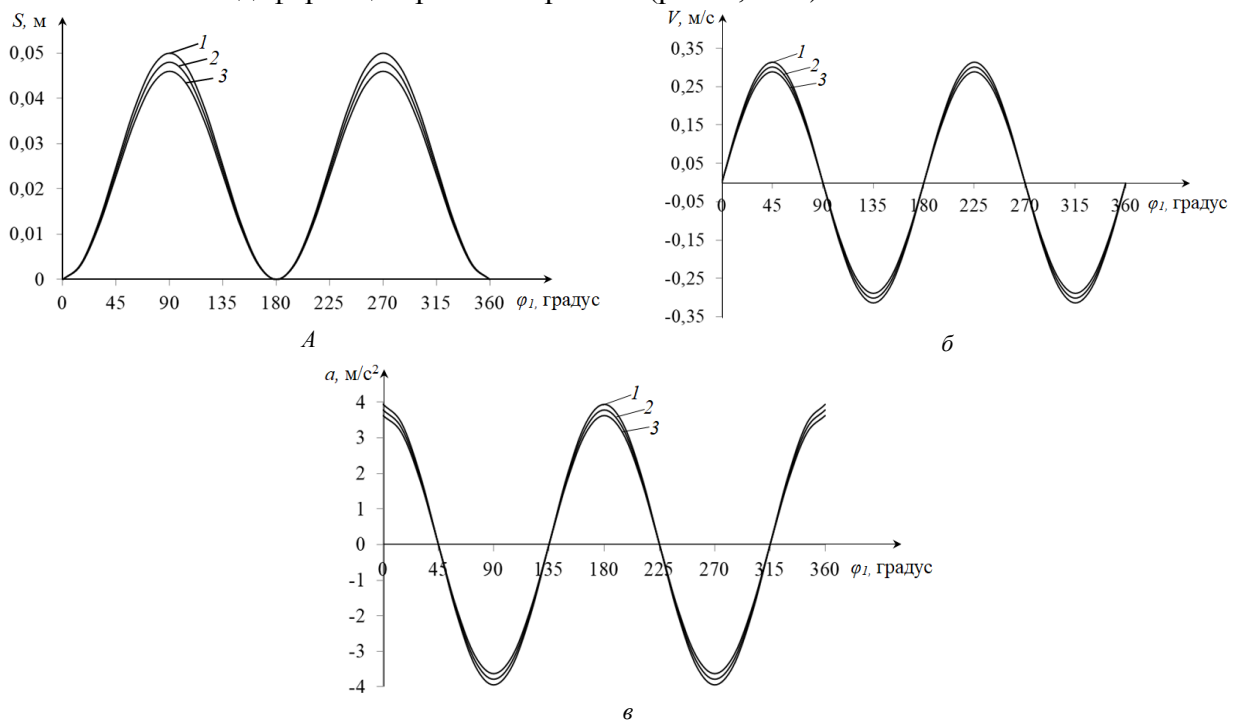


Рис. 2. Изменения законов движения толкателя в зависимости от величины деформации резины в ролике при $h=0,05$ м; $z=2$: а – перемещение; б – скорость; в – ускорение, 1 - $\Delta x=0$ м; 2 - $\Delta x=0,002$ м; 3 - $\Delta x=0,004$ м

Из рис. 3 видно, что с увеличением числа зубьев кулачка уменьшаются частоты колебаний законов изменения перемещения, скорости и ускорения толкателя. Однако с увеличением числа зубьев кулачка частота колебаний скорости и ускорения толкателя уменьшается, а амплитуда их колебаний также увеличивается (рис. 3,б и в).

Если рассмотреть закономерности изменения движения толкателя в зависимости от высоты зубьев кулачка на рис.4,а, то можно увидеть, что с увеличением высоты зубьев кулачка увеличивается и высота подъема толкателя, т.е. путь перемещения толкателя увеличивается. Кроме того, в этом случае увеличиваются амплитуды колебаний скорости и ускорения, а частоты их колебаний остаются неизменными (рис.4,б и в).

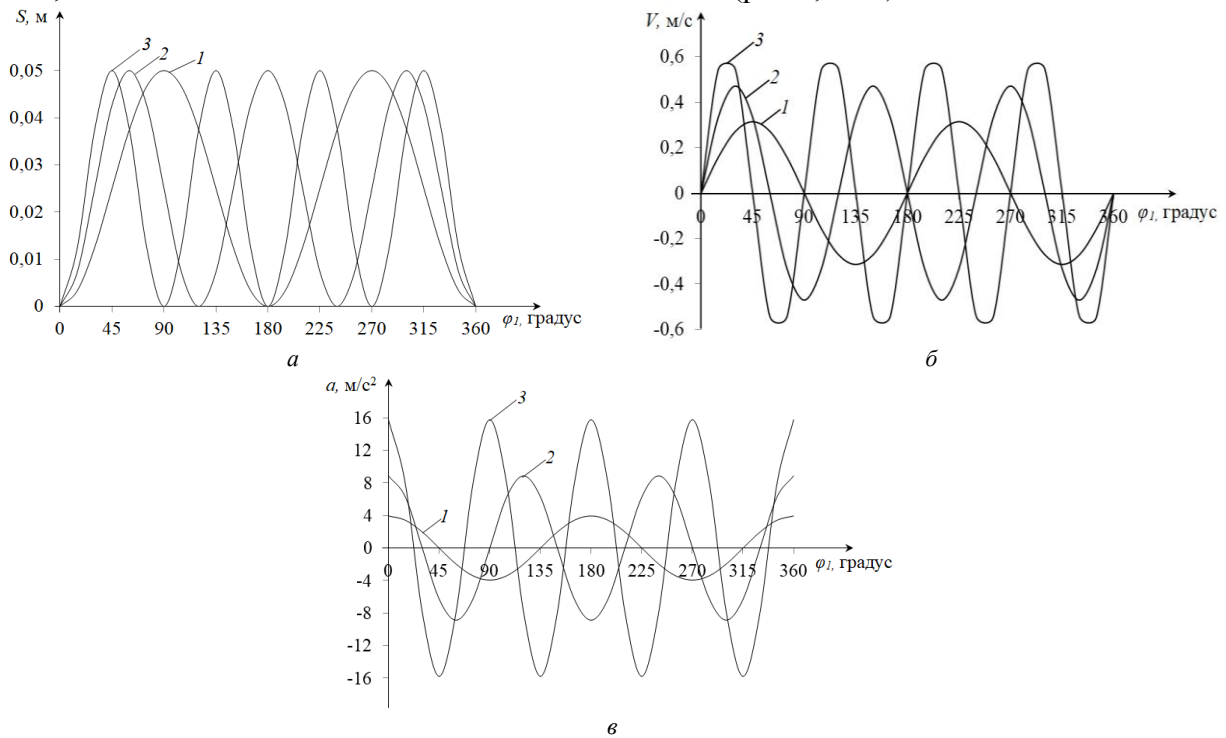


Рис. 3. Изменения законов движения толкателя в зависимости от числа зубьев на кулачке при $h=0,05$ м, $\Delta x=0$, м: а – перемещение; б – скорость; в – ускорение, 1- $z=2$; 2- $z=3$; 3- $z=4$

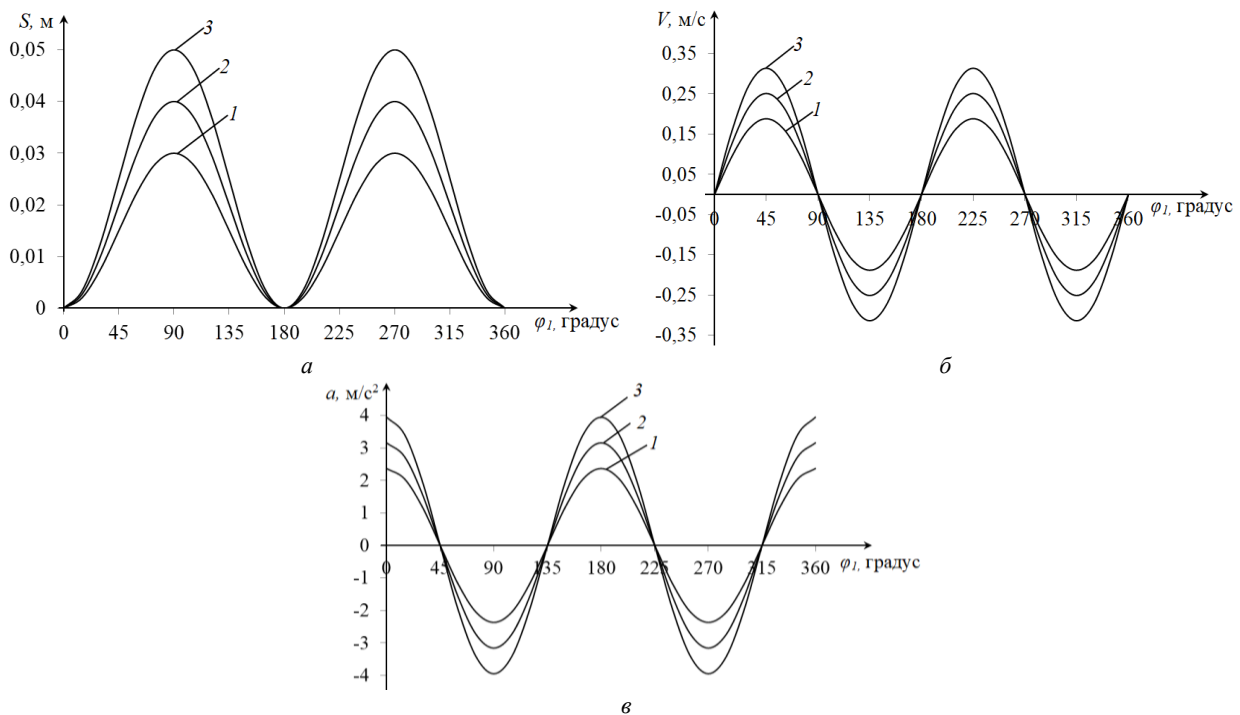


Рис. 4. Изменения законов движения толкателя в зависимости от высоты зубьев колеса при $\Delta x=0$ м, $z=2$: а – перемещение; б – скорость; в – ускорение, 1- $h=0,03$ м; 2- $h=0,04$ м; 3- $h=0,05$ м

Заклучение. В результате проведенных теоретических исследований получены аналитические выражения, позволяющие определить перемещение, скорость и ускорение толкателя. Численное решение этих выражений показало, что при увеличении величины деформации резины в ролике толкателя и уменьшении высоты зубьев на кулачке уменьшается путь перемещения толкателя, уменьшаются колебания и амплитуды скоростей и ускорений, а их частоты не меняются. Однако увеличение числа зубьев на кулачке приводит к увеличению амплитуды и уменьшению частоты колебаний скорости и ускорения толкателя.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Халилов И.А., Иманов А.С. Моделирование кулачкового механизма с учетом критериев качества // Вестник ХНТУ. 2017, №4 (63), С. 126–134.
- [2] Алимхамедов Ш.П., Соатов М.М. Структурный анализ и методы устранения избыточных связей механизма газораспределения автомобильных двигателей // Вестник ГАДИ. 2017, №2. С. 8–12.
- [3] Турдалиев В.М., Акбаралиев Х.Х., Мамашаев М.А., Тожиев М.В., Абдуфаттохов И.А. Турткичи гармоник тебраниш қонунияти асосида ҳаракатланадиган кулачокли механизм / Замонавий машинаасозликда инновацион технологияларини қўллашнинг илмий асослари: тажриба ва истиқболлари мавзусида халқаро миксидаги илмий-амалий конференция: Наманган, 2022. С. 44-46.
- [4] Леонов И.В. Проектирование и анализ кулачковых механизмов с помощью ЭВМ // Известия высших учебных заведений. 2015. №2 (659). С. 29–35.
- [5] Ротбарт Г.А. Кулачковые механизмы. Ленинград. Судостроительная промышленность, 1960, – 336 с.
- [6] Гавриленко В.А. Теория механизмов. Москва. Высшая школа, 1973, – 511 с.

Дата поступления
10.01.2023

Турдалиев В.М., Қосимов А.А., Акбаралиев Х.Х., Мамашаев М.А. Цилиндр типидаги гармоник кулачокли механизмнинг кинематик таҳлили

Аннотация: Кинематик таҳлилининг асосий мақсади механизм бўғинларининг ҳаракатларини уларга таъсир этувчи кучларни инобатга олмаган ҳолда ўрганишидан иборатдир. Кинематик таҳлилни асосан уч хил усулда амалга оширилади, яъни график, графоаналитик ва аналитик. Санаб ўтилган усуллар орасида аналитик усул аниқ усул ҳисобланади. Ушбу мақола цилиндр типидаги гармоник кулачокли механизмнинг аналитик усулдаги кинематик таҳлили натижалари келтирилган. Назарий тадқиқотлар асосида таркибли роликли турткичининг силжиши, тезлиги ҳамда тезланишини аниқлаш имконини берадиган аналитик ифодалар олинган. Олинган ифодаларни сонли ечими асосида тадқиқ этилган параметрларининг график кўринишидаги ўзгариш қонуниятлари аниқланган. Аниқланган қонуниятлар таҳлил этилиб, цилиндр типидаги гармоник кулачокли механизмнинг геометрик ва кинематик параметрларини ўзгаришларини таркибли роликли турткичининг силжиши, тезлиги ва тезланишларини тебранишларига таъсирлари ўрганилган.

Калим сўзлар. Механизм; кулачок; турткич; ролик; силжиш; тезлик; тезланиш; ифода; кинематик; деформация; тишлар сони; тиш баландлиги.

Turdaliev V.M., Qosimov A.A. Akbaraliev X.X., Mamashaev M.A. Kinematic analysis of a harmonic cylindrical cam mechanism

Abstract: The main goal of kinematic analysis is to study the movements of the links of the mechanism without taking into account the forces acting on them. Kinematic analysis is basically done in three different ways i.e. graphic, graph-analytical and analytical. Among the listed methods, the analytical method is the exact method. This article presents the results of a kinematic analysis of the analytical method of a harmonic cam mechanism of a cylindrical type. On the basis of theoretical studies, analytical expressions have been obtained that make it possible to determine the displacement, speed and acceleration of a composite roller pusher. Based on the numerical solution of the obtained expressions, the patterns of change in the graphical form of the studied parameters were determined. The revealed patterns are analyzed and the effect of changing the geometric and kinematic parameters of a harmonic cam mechanism of a cylindrical type on the movement, speed and acceleration of the roller pusher is studied.

Keywords. Mechanism; cam; pusher; roller; movement; speed; accelerations; expressions; kinematics; deformation; number of teeth; height of teeth.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СОЧЕТАНИЯ ПАР ВАЛОВ НА ПРОЦЕСС ОТЖИМА ВЛАГИ ИЗ МОКРОГО КОЖЕВЕННОГО ПОЛУФАБРИКАТА

Бахадиров Г.А., Цой Г.Н., Набиев А.М.

*Институт механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т. Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан
E-mail: a.nabiev@mail.ru*

Аннотация: В статье экспериментально исследовано воздействие различных факторов на технологический процесс валкового отжима кожевенного полуфабриката на количество удаляемой влаги. Определено влияние сочетания пар отжимных валов на процесс отжима и установлены их закономерности. Экспериментально установлены математические модели удаления влаги из кожевенного полуфабриката в зависимости от различного сочетания пар отжимных валов, давления прижима валов, скорости пропуска между отжимными валами.

Ключевые слова: Валковый стенд; сочетание пар валов; металлокерамика; кожевенный полуфабрикат; влажность; давление отжима; скорость пропуска.

Введение. Разнообразие технологических процессов, выполняемых валковыми технологическими машинами, не позволяло до настоящего времени создать единую систему их расчета и проектирования, что связано с различием технологических требований и физико-механических явлений, происходящих в зоне контакта валов с обрабатываемым материалом [1, 2].

Для удаления избытка влаги после дубления производится отжим кож: жестких на гидропрессах, хромированных – на валковых машинах. Эту работу выполняют отжимщики кож. Отжим кожи на валковых машинах непроходного типа для отжимщика также сопряжен со значительным физическим напряжением. Взяв с «козелков» мокрую кожу, он дважды, как и машинисты зольных цехов, забрасывает ее на валы машины. Однако такие машины имеют небольшую высоту рабочей плоскости от уровня площадки, на которой стоит рабочий, поэтому свою работу он совершает в наклонном (до 25–30°) положении. На отжатие кожи средних размеров затрачивается от 30 до 40 с. При хорошей организации работы оперативное время, т.е. время машинно–ручной обработки кож, составляет от 94 до 96%. В количественном отношении это выражается в обработке от 1500 до 4500 кож, или, иначе от 7 до 15 т кожевенного полуфабриката [1].

Рассмотрим работы, посвященные совершенствованию технологии и оборудования по обработке кожи и меха.

В работе [2] автором рассмотрена современная тенденция развития производства изделий из кожи в развитых странах и проанализированы различные факторы, влияющие на работу предприятий. Одним из факторов, является своевременная технологическая модернизация кожевенного оборудования на предприятиях, отсутствие которой отрицательно будет влиять на устойчивое развитие.

Авторами работы [3] исследованы различные типы обувной кожи, изготовленной из шкур крупного и мелкого рогатого скота. В исследовании использованы различные образцы кож и изучены предел их прочности при растяжении, удлинении, прочность на разрыв, паропроницаемость, износостойкость при изгибе, стойкость к истиранию, стойкость к потоотделению, стойкость окраски к истиранию, прочность сцепления и другие физико-механические и химические свойства. Выводы исследования показали, что для улучшения качества готовых кож, необходимо повысить точность испытаний кож.

В работе [4] авторами представлен 21-летний (2000–2021) обзор и анализ исследований по очистке сточных вод кожевенного производства. Проанализированы комплексные и комбинированные методы очистки сточных вод, которые, по мнению авторов, являются более перспективными. Также в этой работе рекомендуются интегрированные методы обработки для достижения требуемой эффективности обеззараживания осадков хрома. Следовательно, процесс удаления избыточной влаги из мокрого кожевенного полуфабриката

после жидкостной обработки существенно влияет на качество последующих технологических процессов, таких, как, строгание, разводка, двоение и др. [5–7].

Изучению влияния технологических и других факторов на физико-механические, фильтрационные и качественные свойства кожевенного полуфабриката посвящена работа [8]. В диссертации [9] рассмотрено развитие методов и совершенствование средств исследования физико-механических свойств волокнисто-пористых материалов. В работе [10] изучены динамические нагрузки валковой пары для интенсификации процессов отжима. В статье [11] выполнен анализ влияния факторов на удельное давление в жале валов модуля. В результате экспериментальных исследований определены графики этих зависимостей и получена математическая модель. Современным методам исследования и анализу свойств кож и шкур посвящены работы зарубежных ученых [12–15]. Вопросы совершенствования конструкций валкового оборудования, в том числе изучения взаимодействия валкового модуля с обрабатываемым материалом, изложены в работах [16–18].

Для отжима мокрых кож используются валковые машины непроходного и проходного типов. Наиболее перспективны проходные машины с вертикальной подачей кожевенного полуфабриката вперегиб на опорной плите, так как они совмещают в себя все достоинства других типов технологических машин. Благодаря отжиму кожевенного полуфабриката вперегиб время пропуска сокращается в два раза, а подача снизу-вверх повышает эффективность удаления влаги из кожевенного полуфабриката и улучшает условия труда обслуживающего персонала. Особенно повышается качество обработки при отжиме от середины кожевенного полуфабриката, как у непроходных валковых отжимных машин. Разводка сверху вниз кожевенного полуфабриката также улучшает процесс удаления и направления складок, заминов, морщин и загибов.

В результате анализа факторов, влияющих на процесс отжима влаги из кожевенных полуфабрикатов на валковых отжимных машинах рекомендованы новые устройства для отжима, признанные изобретениями.

Цель экспериментального исследования – изучить воздействие различных факторов процесса валкового отжима кожевенного полуфабриката на количество удаляемой влаги: определить влияние сочетания пар отжимных валов, типа опорных плит на процесс отжима и установить их закономерности.

При экспериментальном исследовании необходимо выполнить следующую программу работ:

- исследовать влияние сочетаний пар отжимных валов при разных давлениях прижима, скорости пропуска на количество удаляемой влаги из кожевенного полуфабриката и установить их зависимости;

- выявить влияние типа подающей (опорной) плиты и отжимных валов с вертикальной подачей при различных давлениях прижима и скорости пропуска на количество удаляемой влаги из мокрого кожевенного полуфабриката и установить их зависимости.

При экспериментальном исследовании необходимо было установить закономерности влияния различных сочетаний пар валов, давления прижима отжимных валов, скорости пропуска кожевенного полуфабриката и т. д. на количество удаленной влаги при отжиме. Так как изготовление экспериментального стенда в натуральную величину требует больших затрат, то необходимо было провести анализ процесса отжима влаги и смоделировать стенд меньших размеров. При моделировании процесса отжима влаги из кожевенного полуфабриката на стенде возникает вопрос уменьшения ширины образцов кожевенного полуфабриката, что приводило бы к экономии материала при эксперименте. Следовательно, необходимо выбрать образцы кожевенного полуфабриката различной ширины, пропустить их через отжимные валы и сравнить изменение количества отжатой влаги от ширины образцов кожевенного полуфабриката.

Методы. Эксперименты проведены следующим образом, на стенде валковой отжимной машины (рис. 1, 2) установили каждый вариант рассматриваемого сочетания пар отжимных валов. Далее затяжкой гайками сжимали пружины до нужной величины давления прижима.

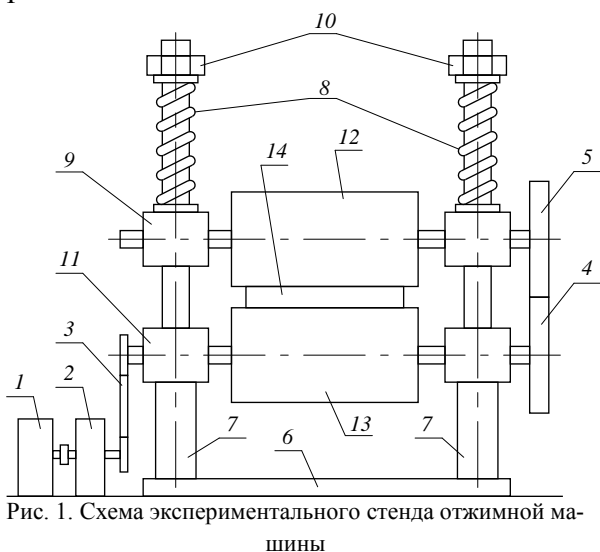


Рис. 1. Схема экспериментального стенда отжимной машины



Рис. 2. Экспериментальный стенд валковой отжимной машины

Затем включали стенд. Тахометром часового типа ТЧ-10-Р замерялись скорость пропускания или линейная скорость валов: если стрелка отклонялась от требуемого, то реостатом в блоке управления регулировали обороты электродвигателя, который связан через муфту с редуктором и отжимными валами. Брли группу образцов кожевенного полуфабриката по 10 шт. и пропускали через отжимные валы. До и после отжима образцы взвешивали на весах ВЛТК-500.

Затем относительное количество удаленной влаги определялись по формуле:

$$W = (A - B) / A \cdot 100, \%$$

где A и B – средний вес образцов до и после отжима.

Таким образом, эксперимент проводили при различных сочетаниях пар отжимных валов, давления прижима, скорости пропускания и повторности отжима.

Для экспериментального исследования влияния различных факторов на процесс отжима влаги из мокрого кожевенного полуфабриката на валковых устройствах необходимо выбрать его параметры, разработать чертежи и изготовить экспериментальный стенд.

Для изучения натуральных явлений процесса моделированием, т.е. исследование аналогичных явлений на модели меньшего масштаба, разработаны теории подобия и размерностей [19].

Механизм действия натурной системы – процесс удаления влаги – недостаточно изучен, уравнение, описывающее это явление, неизвестно, полное моделирование не представляется возможным, тем более, что движение жидкости через пористый вал также не изучено. Частное решение задач моделирования течения жидкости через пористое тело исследовано в работе [20]. Полное моделирование процесса удаления влаги из кожевенного полуфабриката валковыми отжимными машинами невозможно, поэтому проведен анализ частичного моделирования. Рассмотрим, например, длину отжимных валов. Если смоделировать длину вала на стенде, то ее размеры можно существенно уменьшить. Влияние длины вала на процесс отжима исследуем изменением ширины кожевенного полуфабриката, подаваемого на отжим при эксперименте. Моделировать скорость пропускания, т.е. уменьшить или увеличивать ее на стенде по сравнению с натурой нецелесообразно, так как это влияние не изучено. Моделировать давление прижима валов не имеет смысла также из-за не изученности этого явления. В связи с этим на экспериментальном стенде диаметры валов и все

моделируемые параметры берем натурные, кроме длины валов (влияние длины вала на процесс удаления влаги изучено ниже при выборе ширины образца кожевенного полуфабриката). С учетом рассмотренного выше, параметры экспериментального стенда выбраны следующие: диаметр отжимных валов 0.1 м, их длина 0.1 или 0.15 м, скорость валов от 0 до 20 м/мин.

Экспериментальный стенд отжимной машины (см. рис. 1) состоит из электродвигателя 1 постоянного тока мощностью 4 кВт, червячного редуктора РЧУ-40-2, цепи 3, привода нижнего отжимного вала, шестерен 4, 5 передачи вращения от нижнего вала 13 к верхнему валу 12. На плите 6 закреплены четыре направляющие цилиндрические стойки 7, на которых установлены четыре опор 9, 11 нижнего и верхнего валов. Отжимные валы 12, 13 установлены на опоры 9, 11 с помощью подшипников качения.

Прижим верхнего вала 12 к нижнему валу 13 осуществляется четырьмя пружинами 8, установленными на направляющих стойках и опирающимися одними концами на опоры 9, а другими – на гайки 10. Давление на валы осуществляется сжатием пружин 8 гайками 10. Пружины предварительно тарированы. Скорость отжимных валов регулируется реостатом, а замеряется тахометром часового типа. Отжимные валы выполнены трех типов:

1) рабочая часть их изготовлена из металлокерамической трубы (рис. 3) с наружным диаметром 0.10 м, толщиной стенки 0.005 м и длиной 0.1 м. материал трубы – нержавеющая сталь с диаметром частиц $3 \cdot 10^{-4}$ – $4 \cdot 10^{-4}$, имеющая максимальные поры 10^{-4} м.

2) металлический вал имеет резиновое покрытие (рис. 4). Толщина резины 0.01 м, диаметр металлической части 0.1 м, длина 0.11 м.

3) металлический вал с моншоном (рис. 5), диаметр металлической части 0.1 м, длина 0.11, покрытие – трехслойный моншон из сукна ЛАЩ.



Рис. 3. Металлокерамический пористый вал



Рис. 4. Вал с резиновым покрытием



Рис. 5. Вал с суконным покрытием

Схемы сочетаний пар отжимных валов приведены на рис. 6, 7. Пробы кожевенных полуфабрикатов – бычины сдвоенного среднего развеса – для отжима отбирали на предприятии ООО «Premium Leather» (г. Коканд) по ГОСТу 938.075 согласно формуле $n=0.2x$, где x – число кожевенных полуфабрикатов в партии, n – число кожевенных полуфабрикатов для эксперимента [21, 22]. Приняли $x=2500$ кожевенных полуфабрикатов после хромового дубления и двоения.

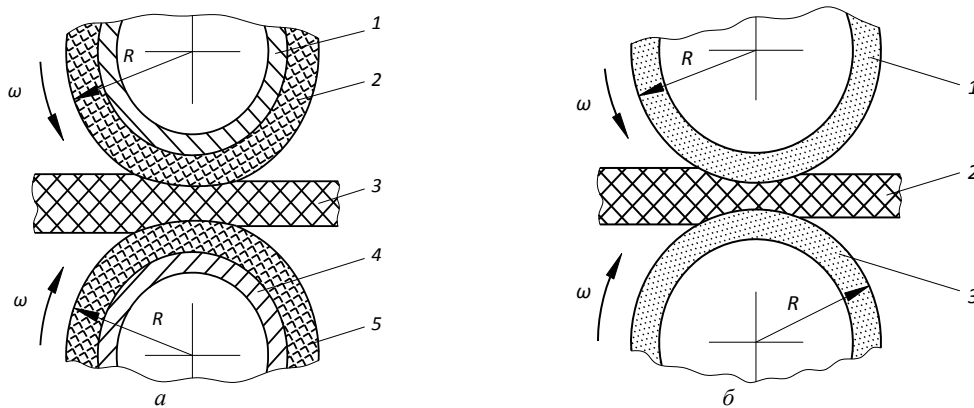


Рис. 6. Схема сочетаний пар отжимных валов: *а* – 1 – верхний отжимной вал; 2 – покрытие сукно; 3 – кожаный полуфабрикат; 4 – нижний отжимной вал; 5 – покрытие сукно; *б* – 1 – верхний отжимной вал, рабочая часть из пористой металлокерамики; 2 – кожаный полуфабрикат; 3 – нижний отжимной вал, рабочая часть из пористой металлокерамики

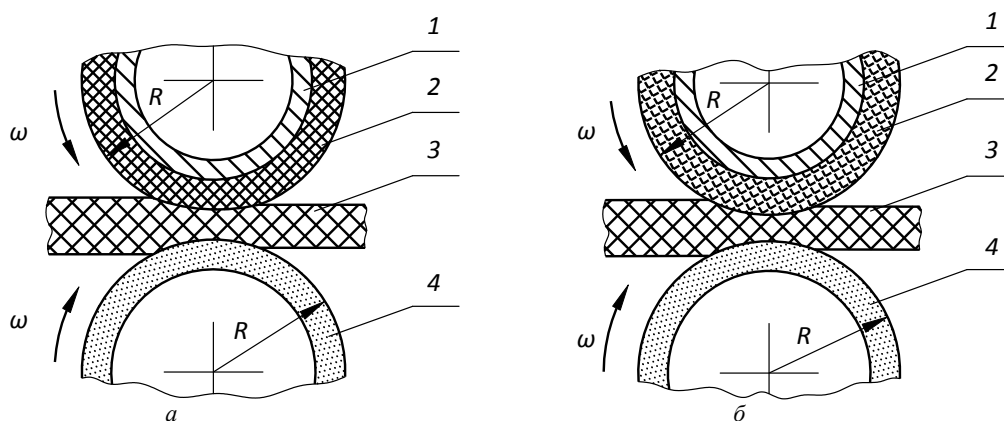


Рис. 7. Схема сочетания пар отжимных валов: *а* – 1 – верхний отжимной вал, 2 – покрытие – резина, 3 – кожаный полуфабрикат, 4 – нижний отжимной вал, рабочая часть из пористой металлокерамики; *б* – 1 – верхний отжимной вал, рабочая часть из пористой металлокерамики, 2 – покрытие сукно, 3 – кожаный полуфабрикат, 4 – нижний отжимной вал, рабочая часть из пористой металлокерамики

Из этих 10 кожаных полуфабрикатов вырезали резакон полосы поперек хребтовой линии размером 0.10×0.35 и пронумеровали, полосы скомплектовали в группы по 10 шт. образцов по схеме, приведенной в таблице.

Таблица составлена для первой половины кожаного полуфабриката, вторая половина аналогична первой, причем образцы кожаного полуфабриката разделены на 10 равных частей.

Зависимость количества удаленной влаги от сочетания пар отжимных валов, давления прижима и скорости пропуска кожаного полуфабриката

Скорость пропуска кожаного полуфабриката, м/с	Сочетание пар отжимных валов	Количество удаленной влаги, %				
		Давление прижима валов при проценте удаленной влаги, кН/м				
		32	48	64	80	100
0.170	МК(100)+МК(100)	22.44	25.31	27.97	29.49	32.20
	М(100)+МК(100)	22.53	26.31	28.34	31.03	34.16
	Р(100)+МК(100)	21.23	23.40	25.94	27.90	30.51
	М(100)+М(100)	21.32	23.10	25.36	27.34	30.32
0.255	МК(100)+МК(100)	21.04	23.91	27.71	28.60	31.04
	М(100)+МК(100)	21.14	23.76	26.26	30.11	32.12
	Р(100)+МК(100)	20.90	21.46	24.08	25.33	28.90
	М(100)+М(100)	21.03	22.21	24.30	25.40	28.41
0.340	МК(100)+МК(100)	18.71	19.82	21.26	24.61	27.80
	М(100)+МК(100)	19.50	20.73	22.77	26.45	28.31
	Р(100)+МК(100)	17.80	18.53	20.93	22.84	26.86
	М(100)+М(100)	17.15	18.61	20.52	22.31	26.35

По разработанной методике для обоснования ширины образцов кожевенных полуфабрикатов они были пропущены группами по 10 шт. при скорости отжима 0,17 м/с, давлении 32; 48; 64; 80; 100 кН/м и при сочетаниях пар валов: оба отжимных вала с моншонами; верхний вал с моншоном, а нижний из металлокерамики; верхний вал с резиновым покрытием, а нижний из металлокерамики; оба отжимных валов из металлокерамики.

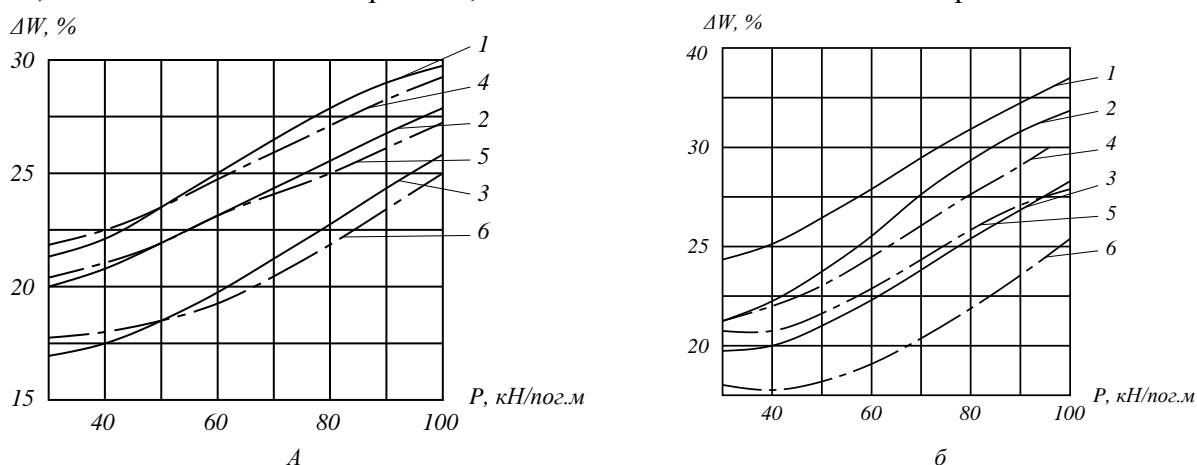


Рис. 8. Зависимость количества удаленной влаги из кожполуфабриката от сочетания пар валов, удельной силы давления при различных скоростях пропуска: а – верхний отжимной вал с резиновым покрытием; нижний – из пористой металлокерамики; 4, 5, 6, б – отжимные валы с моншонами; 1, 4 – при скорости 0,17 м/с; 2, 5 – 0,25 м/с; 3, 6 – 0,34 м/с

Количество удаленной влаги из кожевенного полуфабриката приведено в таблице и на графиках рисунков 8 и 9.

Для эксперимента ширина образцов кожевенного полуфабриката выбрана 0,05 м, а длина 0,25 м. Аналогично образцы кожевенного полуфабриката пропускали при давлении прижима валов 32; 48; 64; 80; 100 кН/м, скорости 0,17 м/с и при сочетаниях отжимных валов, приведенных выше. Количество удаленной влаги из кожевенных полуфабрикатов при различных сочетаниях пар валов, давлении прижима, скорости пропуска приведено в таблице и на рисунках 7 и 8.

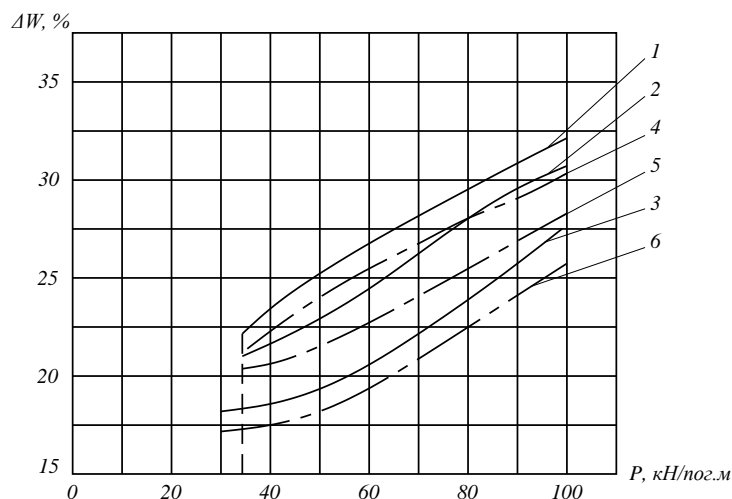


Рис. 9. Зависимость количества удаленной влаги из кожевенного полуфабриката от сочетания пар валов, удельной силы давления, при различных скоростях пропуска: 1, 2, 3 – верхний отжимной вал с моншоном, нижний – из пористой металлокерамики; 4, 5, 6 – отжимные валы с моншонами; 1, 4 – скорость 0,17 м/с; 2, 5 – 0,25; 3, 6 – 0,34 м/с

Анализ результатов эксперимента показал, что наиболее эффективным является сочетание пар отжимных валов, когда верхний отжимной вал с моншоном, а нижний – из пористой металлокерамики, затем по нисходящей, когда оба вала из металлокерамики: верхний отжимной вал с резиновым покрытием, а нижний – из пористой металлокерамики; оба вала с моншонами. С увеличением давления прижима в отжимных парах, где

имеется металлокерамические проницаемые валы, эффективность отжима влаги повышается по сравнению с отжимной парой с моншонами. С возрастанием давления и скорости пропуска отжимная пара с металлокерамическими проницаемыми валами более эффективна.

Результаты. По полученным результатам экспериментов, можно сделать следующие выводы. В начальной стадии отжима кожевенного полуфабриката до давления прижима 50 кН/м эффективность отжима влаги из образцов кожевенных полуфабрикатов при сочетании пар валов с моншонами выше, чем при сочетании, когда верхний отжимной вал с резиновым покрытием, а нижний – из проницаемой металлокерамики. Наибольшее количество влаги удаляется при указанных выше сочетаниях пар отжимных валов, когда давление от 32, 64 и 100 кН/м и скорость пропуска 0,17 м/с.

При скорости подачи кожевенного полуфабриката 0,17 м/с.

Для сочетания пар валов МК(100)+МК(100) уравнение удаленной влаги $\Delta W_1=0.00813P^2+0.95328P+0.26016$, а сочетание отжимных валов М(100)+МК(100) уравнение удаленной влаги равно $\Delta W_2=0.00029P^2+0.15348P+17.3140$, а для сочетания отжимных валов Р(100)+МК(100) уравнение удаленной влаги составляет $\Delta W_3=0.001813P^2+0.17382P+13.81113$ и наконец сочетание пар валов при отжиме влаги из кожевенного полуфабриката составляет $\Delta W_4=0.00017P^2+0.11063P+17.60576$.

Аналогично для отжима влаги из кожевенного полуфабриката при скорости пропуска 0,255 м/с.

МК(100)+МК(100); $\Delta W_1=0.00442P^2+0.21583P+23.42106$.

М(100)+МК(100); $\Delta W_2=0.00006P^2+0.15442P+16.14352$.

Р(100)+МК(100); $\Delta W_3=0.00055P^2+0.5235P+18.6616$.

М(100)+М(100); $\Delta W_4=0.00014P^2+0.08610P+18.14144$.

Для скорости отжима 0,34 м/с уравнение зависимости удаленной влаги из кожевенного полуфабриката от давления прижима составляет, в зависимости от типа пар отжимных валов:

МК(100)+МК(100); $\Delta W_1=0.00016P^2+0.06431P+16.48824$.

М(100)+МК(100); $\Delta W_2=0.00076P^2+0.02905P+17.79023$.

Р(100)+МК(100); $\Delta W_3=0.00083317P^2+0.02533P+15.83641$.

М(100)+М(100); $\Delta W_4=0.00098P^2+0.00334P+16.68549$.

где МК(100) – вал с диаметром 0,1 м с металлокерамической рабочей частью; М(100) – вал металлический с диаметром 0,1 м с покрытием моншон, марки БМ; Р(100) – вал металлический с диаметром 0,1 м с резиновым покрытием; ΔW , % – количество удаленной влаги, V , м/с – скорость пропуска кожевенного полуфабриката, P , кН/м – давление прижима кожевенного полуфабриката валами.

Выводы. Экспериментально получены математические уравнения зависимости удаленной влаги ΔW из кожевенного полуфабриката в зависимости от сочетания верхнего и нижнего пар отжимных валов, давления прижима P отжимных валов, при различных скоростях пропуска V .

С точки зрения эффективности удаления влаги наилучшим является сочетание отжимных валов, когда верхний вал выполнен с покрытием из волокнистого сукна БМ, а нижний вал – с металлокерамической рабочей частью.

По эффективности, вторым по количеству удаленной влаги является, когда оба вала выполнены с металлокерамической рабочей частью.

Третьим по количеству удаленной влаги является, когда оба вала выполнены с покрытием из волокнистого сукна БМ.

Четвертым по количеству удаленной влаги является, когда верхний вал с резиновым покрытием, а нижний с металлокерамической рабочей частью.

Таким образом, экспериментально установлены математические модели удаления влаги из кожевенного полуфабриката в зависимости от различного сочетания пар отжимных валов, давления прижима валов, скорости пропуска между отжимными валами

ЛИТЕРАТУРА

- [1] <https://ecouniver.com/8106-otzhim-i-strozhka-kozhi-na-proizvodstve.html>
- [2] Islam MRU, Begum L, Hossain A. An Investigation Approach for Assessing Challenges to Sustainable Consumption and Production Practices in the Leather Goods Industry // Textile & Leather Review. 2022, №5, pp.85-102.
- [3] Hossain MD, Azam FAB, Chowdhury M. Quality Assessment of Shoe Leather Based on the Properties of Strength and Comfort, Collected from Different Footwear and Leather Industries in Bangladesh // Textile & Leather Review. 2021, № 4(1), pp.30-37. URL: <https://doi.org/10.31881/TLR.2020.20>
- [4] Zhao, J., Wu, Q., Tang, Y. et al. Tannery wastewater treatment: conventional and promising processes, an updated 20-year review // J Leather Sci Eng 4. 2022, № 10.
- [5] Wright D.M. Deformation, yield, relaxation and recovery in partially processed leather / Doctoral thesis. University of Leicester. 1996. URL: <http://nectar.northampton.ac.uk/2660/>
- [6] Luo F., Zhong X., Gao M. et al. Progress and mechanism of breaking glycoconjugates by glycosidases in skin for promoting unhairing and fiber opening-up in leather manufacture. A review // J Leather Sci Eng 2. 2020, №12.
- [7] Preethi S., Anumary A., Ashokkumar M. et al. Probing horseradish peroxidase catalyzed degradation of azo dye from tannery wastewater. SpringerPlus. 2013, №2, p. 341. <https://doi.org/10.1186/2193-1801-2-341>
- [8] Amanov A.T., Bahadirov G.A., Amanov T.Yu., Tsoy G.N., Nabiev A.M. Determination of Strain Properties of the Leather Semi-Finished Product and Moisture-Removing Materials of Compression Rolls / Materials-2019 (Basel).
- [9] Соколовский А.П. Развитие методов и совершенствование средств исследования физико-механических свойств волокнисто-пористых материалов легкой промышленности: Дис. ... докт. техн. наук. Москва. 2010. – 287 с.
- [10] Еришов С.В. Динамическое нагружение валковой пары для интенсификации процесса отжима: Дис. ... канд. техн. наук. Иваново, 2013. – 130 с.
- [11] Крылов А.В., Фомин Ю.Г., Тувин А.А., Шахова И.Ю. Исследование влияния факторов на удельное давление в валковых модулях. Ивановский государственный политехнический университет // Журнал «Технология текстильной промышленности». 2020, № 6, С. 147–149.
- [12] Mehta M, Naffa R, Maidment C. et al. Raman and atr-ftir spectroscopy towards classification of wet blue bovine leather using ratiometric and chemometric analysis // J Leather Sci Eng 2, 2020, № 3. <https://doi.org/10.1186/s42825-019-0017-5>
- [13] Fan Q., Ma J., Xu Q. Insights into functional polymer-based organic-inorganic nanocomposites as leather finishes // Journal of Leather Science and Engineering. 2019, Vol.1–3. <https://doi.org/10.1186/s42825-019-0005-9>.
- [14] Paiva R.M., Marques E.A., da Silva L.F., et al. Importance of the surface treatment in the peeling strength of joints for the shoes industry // Applied Adhesion Science. 2013, №1, p.5. <https://doi.org/10.1186/2196-4351-1-5>.
- [15] Kaguny A.W., Matiri F., Ngari E. Camel hides: Production, marketing and utilization in pastoral regions of northern Kenya // Pastoralism: Research, Policy and Practice. 2013, №3, p.25. <https://doi.org/10.1186/2041-7136-3-25>
- [16] Tsoy G.N. Experimental determination of the influence of fibrous material on the dehydration of wet semi finished leather product / Proceedings of the 7th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2021). Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-85233-7_60, (2022).
- [17] Mavlonov T., Akhmedov A., Saidakhmedov R., Bakhadirov K. Simulation modeling of cold rolled metal strip by asymmetric technology / IOP Conf.Ser.Mater.Sci.Eng. 2020. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/883/1/012194>
- [18] Kurpe O., Kukhar V.V. Development and optimization of flat products manufacturing at rolling mill 3200 / Materials Science Forum, 2019. Vol. 946. –P. 794-799. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.946.794
- [19] Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. Москва. Наука, 1972. – 440 с.
- [20] Коллинз Р. Течение жидкости через пористые материалы. Москва. Мир, 1964. – 349 с.
- [21] Головтеева А.А., Куциди Д.А., Санкин Л.Б. Лабораторный практикум по химии и технологии кожи и меха. Москва. Легкая и пищевая промышленность. 2-е изд. 1982. –312 с.
- [22] Тихомиров В.А. Планирование и анализ эксперимента. Москва. Легкая индустрия. 1974. –283 с.

Дата поступления
03.02.2023

Бахадиров Г.А., Цой Г.Н., Набиев А.М. Хўл тери хом ашёсининг намлигини сиқиб чиқариш жараёнига валлар жуфтлигининг таъсирини экспериментал тадқиқ қилиш.

Аннотация: Мақолада хўл тери хом ашёсининг ортиқча намлигини сиқиб чиқариш технологик жараёнига таъсир этувчи омиллар экспериментал тадқиқ қилинган. Сичувчи валлар жуфтликларининг технологик жараёнга таъсири ва қонуниятлари аниқланган. Хўл тери хом ашёсининг ортиқча намлигини сиқиб чиқаришига валлар жуфтлиги, уларнинг босими ва узатиш тезлиги таъсирининг математик моделлари ишлаб чиқилган.

Калит сўзлар: валли стенд; валлар жуфтлиги; металкерамика; тери хом ашёси; намлик; сиқиш босими; узатиш тезлиги.

Bahadirov G.A., Tsoy. G.N., Nabiev A.M. Experimental study of the influence of a combination of pairs of rolls on the process of extracting moisture from wet semi-finished leather.

Abstract: In the article, the influence of various factors of the process of roller pressing of a semi-finished leather product on the amount of moisture removed is experimentally studied. The influence of a combination of pairs of squeezing shafts on the squeezing process is determined and their regularities are established. Mathematical models for removing moisture from a leather semi-finished product are experimentally established depending on a different combination of pairs of squeezing rolls, pressure of pressing the rolls, and speed of passage between the squeezing rolls.

Key words: Roll stand; combination of pairs of shafts; cermet; semi-finished leather product; humidity; pressing; skip speed.

ИССЛЕДОВАНИЯ ИЗГИБА ПИЛЬНЫХ ДИСКОВ ЛИНТЕРНОЙ МАШИНЫ**¹Мухаммадиев Д.М., ¹Ибрагимов Ф.Х., ¹Абзирров О.Х., ²Жамолова Л.Ю.**¹*Институт механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т. Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан*²*Ташкентский государственный аграрный университет, Ташкент, Узбекистан**E-mail: davlat_mm@mail.ru*

Аннотация: В статье приведены результаты исследования изгиба пильных дисков лентерной машины 5ЛП. Для изучения процесса изгиба пильных дисков от касания к колоснику была изготовлена стендовая установка с использованием как серийной прокладки из алюминиевого сплава АК5М2, так и из стали Ст3 для лентерной машины. В результате исследований установлено, что с увеличением изгибающих сил с 9,8 до 49 Н увеличивается изгиб пильного диска с алюминиевой прокладкой до 4,5 мм, а со стальной прокладкой – до 3,5 мм, что увеличивает устойчивость пильных дисков при изгибах на 28,6%, больше чем алюминиевой прокладкой АК5М2.

Ключевые слова: лентерная машина; пильный цилиндр; пильный диск; междупильная прокладка; алюминиевый сплав АК5М2; сталь Ст3; изгиб; индикатор; изгибающая сила.

На существующих хлопкоочистительных заводах Узбекистана в лентерных машинах широко используется дисковые пилы с наружным диаметром – 320 мм, внутренним – 61,8 мм и толщиной 0,95 мм.

Для увеличения долговечности колосников, как пильного джина, так и лентерной машины, проведено достаточно много научных исследований. При этом обязательным условием достижения долговечности колосников и пильных дисков является установление пильных дисков в центральной части межколосникового зазора, так как касание зубьев пил колосников ведет к повреждению волокон и линта. Отсюда возникает необходимость высококачественной рихтовки, упрочнения зубьев пильных дисков и сборки пильных цилиндров.

Р.М.Каттаходжаевым [1] изучено влияние диаметра пильных дисков на основные параметры пильного джина. При этом установлено, что с увеличением диаметра пил до 400 мм снижается плотность сырцового валика, увеличивается производительность джина и уменьшаются суммы пороков в волокне и сорные примеси.

Р.Рахимовой [2] установлена степень влияния геометрии пил на интенсивность отрыва волокна и его качественные показатели. Проведенными исследованиями установлен характер взаимодействия зубьев по всей дуге пропила, определена степень заполнения впадины зуба волокнистой массой при работе; установлена роль плотности сырцового валика в заполнении впадины зуба волокном и ее влияние на производительность и качество волокна; изучена захватывающая способность пил в зависимости от геометрии и влияние плотности сырцового валика.

В работе К.М.Исламкулова [3] проведен анализ существующих методов термообработки дисковых пил в России, США и ФРГ. Разработана новая технология повышения прочности и износостойкости джинных и лентерных зубчатых дисковых пил хлопкоочистительных машин с использованием существующих индукционных установок (ТВЧ). Выявлена роль наноструктуры на износостойкость вышеуказанных изделий. Проведен расчет напряжений, возникающих при термообработке дисковых пил. Установлено, что увеличение износостойкости дисковых пил в 2-3 раза выше, чем обработанных по базовой технологии. Рекомендовано использование дисковых пил из стали 65Г взамен инструментальной стали У8Г.

В работе Искандаровой Н.К. и Шин И.Г. [4] приведены результаты абразивоструйной обработки зубьев джинных пил, позволившей за счет высокой режущей способности новых абразивных частиц – купершлака обеспечить оптимальную переходную поверхность с радиусом округления, обеспечивающим сохранность природных свойств хлопкового волокна. При этом установлена верхняя средняя длина волокна больше на 1,1 мм, удельная разрывная нагрузка – на 0,55 сН/текс, а удлинение при разрыве – на 5,3%.

З.А.Шодмонкуловым [5] предложена абразивоструйная обработка зубьев линтерных пил путем пластической деформации металла при деформационном упрочнении, характеризующееся большей глубиной и степенью прочности, которые увеличивают работоспособность пил более, чем в два раза по сравнению с заводскими.

Исследованиями, проведенными А.Г.Когоновским [6], было установлено, что с увеличением плотности сырцового валика силы, действующие на колосник, также увеличиваются и составляют 25 Н при наименьшей плотности, 42 Н при средней плотности и 60 Н при наибольшей плотности. Это усилие является достаточным (с учетом прочности отдельного волокна) для незначительного ухудшения качества рабочих поверхностей зубьев пыльных дисков, колосников, а в ряде случаев серьезных повреждений хлопкового волокна.

По результатам исследований П.А.Рогова и Р.Х.Мустафина [7] установлено, что при нормальной работе пыльного цилиндра на каждый зуб пыльного диска действует сила 40-45 Н, причем эта сила равномерно распределяется на два рядом стоящих колосника за счет того, что пыльный диск располагается по центру междуколосникового зазора.

Анализ вышеуказанных материалов исследований, посвященных пыльным дискам показали, что они направлены на улучшение качества, выбора рациональной геометрии дисковых пил, а также точной сборки пыльного цилиндра и др. Что касается пыльных дисков, за исключением попыток определения оптимальной геометрии и упрочнения зубьев различными способами, не изучен изгиб самого пыльного диска в зависимости от касаний его о колосник.

В пыльных цилиндрах серийной линтерной машины 5ЛП-160 в основном используются прокладки из алюминиевого сплава АК5М2 (рисунок 1,а), которые устанавливаются по всей длине вала между пыльными дисками с технологическим шагом $8.75+0.95=9.7$ мм в количестве 159 штук, и располагаются между колосниковыми зазорами [8]. Практика использования существующих пыльных цилиндров показала, что конструкция элементов пыльно-колосниковой системы не позволяет получить заданную точность сборки, как пыльного цилиндра, так и колосниковой решетки, что приводит к их отклонениям от пространственной координации.

Подгонки размера колосниковых решеток к размерам пыльного цилиндра или наоборот, требует много времени и труда для выполнения пригоночных работ, что вытекает не из-за метода сборки, а из-за отклонения от истинных размеров, то есть точности изготовления таких деталей как пыльные диски, колосники и междупильные прокладки. При этом неточное расположение пыльных дисков относительно междуколосниковых зазоров приводит к изгибу пыльных дисков, что способствует износу рабочих зон колосников и зубьев пыльных дисков.

Поэтому основными причинами снижения надежности рабочих зон колосниковой решетки и зубьев пыльных дисков являются отклонения от истинных размеров изготовления пыльных дисков, колосников и междупильных прокладок. Для устранения указанных недостатков рекомендована новая конструкция междупильных прокладок линтерных машин (рис. 1,б) [9].

Для изучения процесса изгиба пыльных дисков на основе предложенной схемы (рис. 2) была изготовлена стендовая установка (рис. 3). Целью экспериментального исследования является изучение изгиба пыльных дисков от касания к колоснику. Для этого использованы как серийные прокладки из алюминиевого сплава АК5М2, так и рекомендуемые прокладки новой конструкции из стали Ст3 для линтерной машины.



Рис. 1. Междупильные прокладки линтерной машины: *a* – AK5M2; *б* – Сталь 3

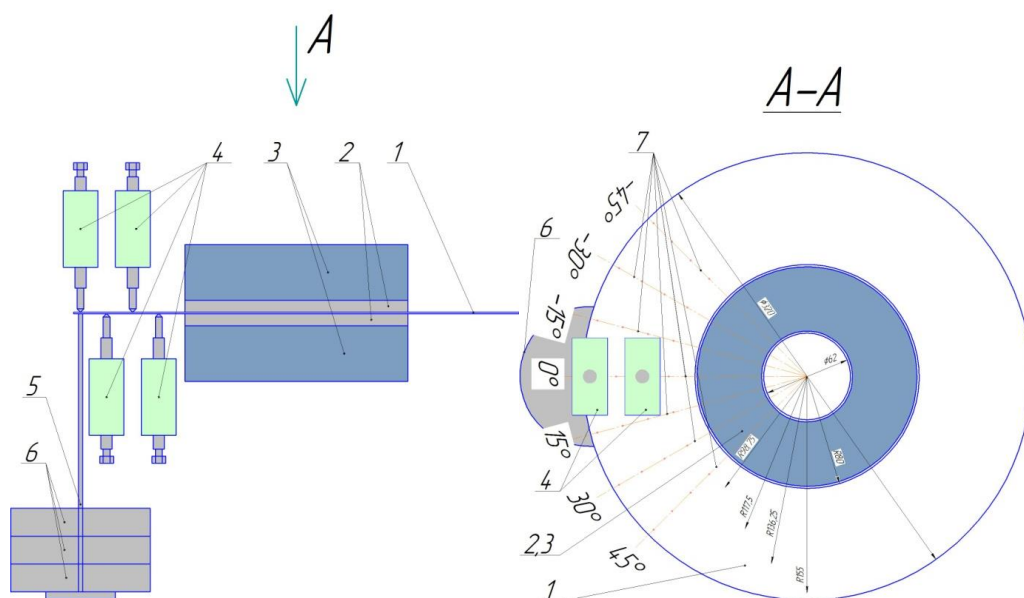


Рис. 2. Схема экспериментального стенда по изучению изгиба пильных дисков: 1 – пильный диск; 2 – междупильные прокладки; 3 – механический зажим; 4 – индикаторы часового типа марки ИЧ-10 0.01; 5 – стержень для груза; 6 – груз; 7 – секториальные углы (-45° , -30° , -15° , 0° , 15° , 30° , 45°)

Для создания условия крепления пильных дисков на валу пильного цилиндра, то есть затяжки прокладок с двух сторон на пильный диск, использован винтовой механический пресс. После затяжки прокладки и пильного диска измеряли изменения значений индикаторов часового типа марки ИЧ-10 0.01 (рис. 2 и 3). При этом для создания процесса касания пильного диска о колосник, на максимальном диаметре пильного диска взвешивается с массой 1, 2, 3.5 и 5 кг, тогда изгибающая сила соответственно равно 9.8, 19.6, 34.3 и 49 Н.

Пильный диск, горизонтально установленный между двумя прокладками, сжимается винтовым прессом. Измерения значения изгиба производили с помощью микрометров в радиусах пильного диска $R=80$; 98.75; 117.5; 136.25; 155 мм. При этом изгибающая сила создаётся путем навеса в радиусе $R=155$ мм. Для этого в пильном диске выполнены отверстия, куда устанавливается стержень для взвешивания грузов (рис. 2 и 3).



Рис. 3. Фотоснимок экспериментального стенда по изучению изгиба пильных дисков

После подготовки стенда были проведены экспериментальные исследования по изучению изгиба пильного диска в 90° секторе. Для сравнения изгиба пильных дисков использованы прокладки линтерной машины как из алюминиевого сплава АК5М2, так и из стального Ст3.

Анализ результатов экспериментального исследования по изучению изгиба пильных дисков (рис. 4–8) показали снижение с 4.5 мм до 3.5 мм при использовании стальной прокладки из Ст3 относительно алюминиевой АК5М2, то есть на 28.6% при изгибающей силе 49 Н.

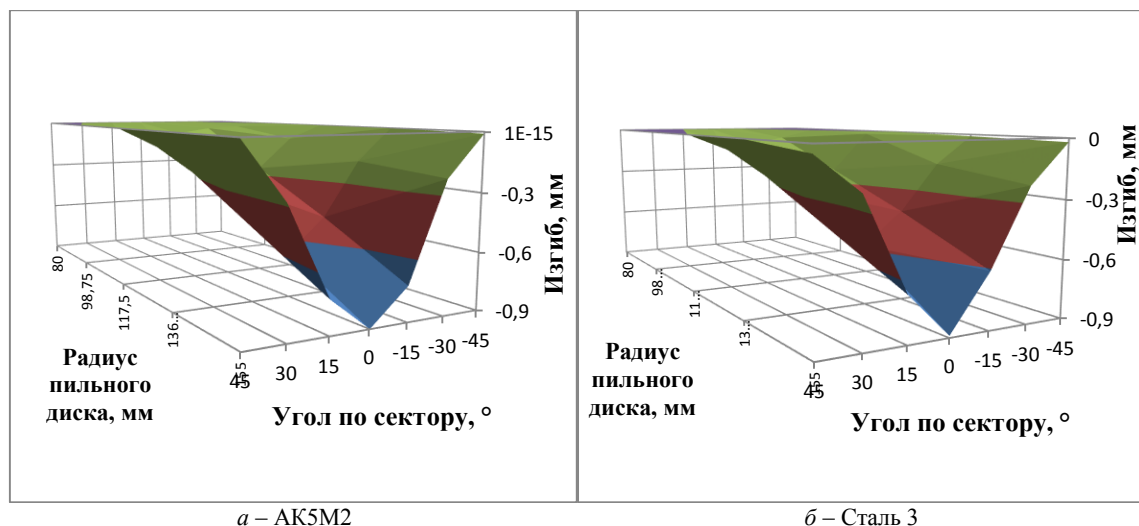
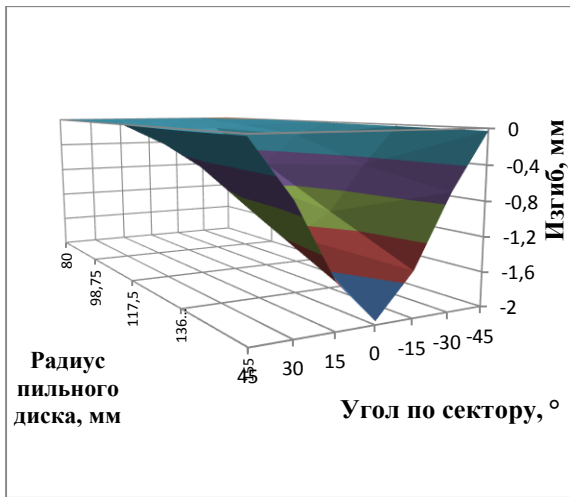
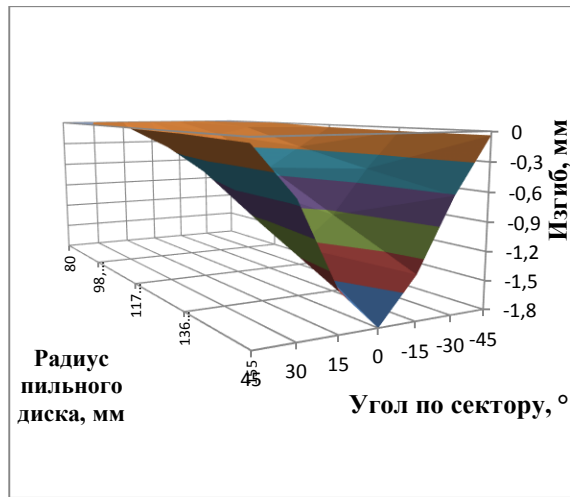


Рис. 4. Изменение изгиба пильного диска в зависимости от радиуса и секторального угла с прокладкой из алюминия АК5М2 (а) и стальной Ст3 (б) при изгибающей силе 9.8 Н

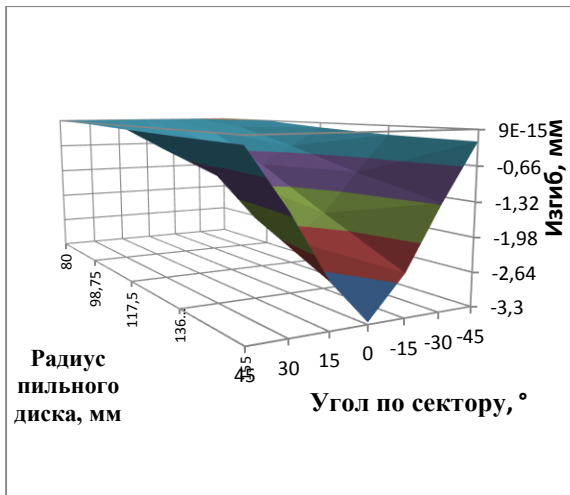


a – АК5М2

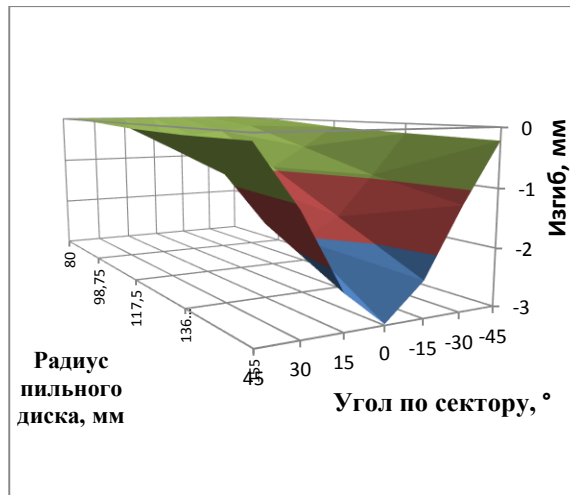


б – Сталь 3

Рис. 5. Изменение изгиба пыльного диска в зависимости от радиуса и секторального угла с прокладкой из алюминия АК5М2 (*a*) и стальной Ст3 (*б*) при изгибающей силе 19.6 Н

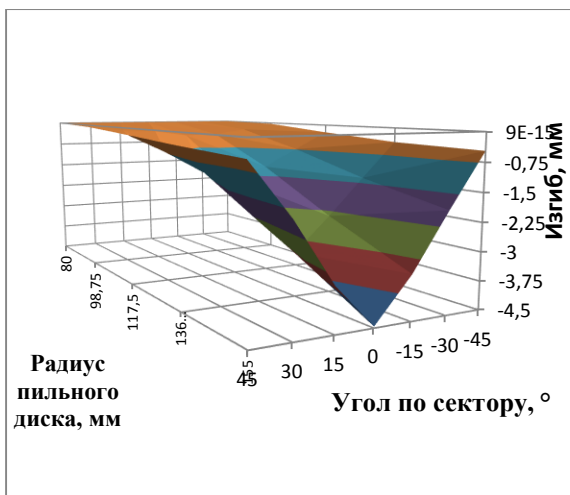


a – АК5М2

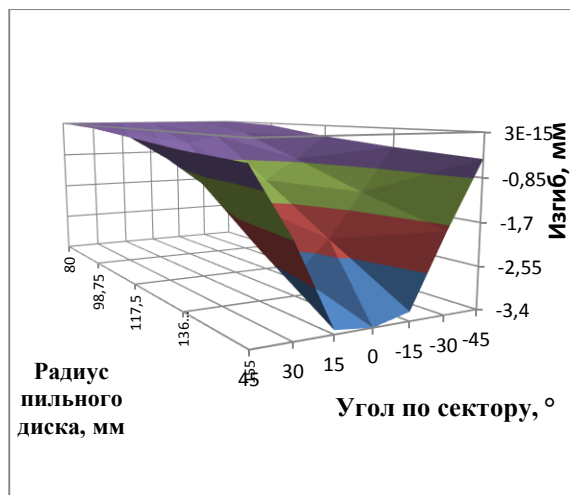


б – Сталь 3

Рис. 6. Изменение изгиба пыльного диска в зависимости от радиуса и секторального угла с прокладкой из алюминия АК5М2 (*a*) и стальной Ст3 (*б*) при изгибающей силе 34.3 Н



a – АК5М2



б – Сталь 3

Рис. 7. Изменение изгиба пыльного диска в зависимости от радиуса и секторального угла с прокладкой из алюминия АК5М2 (*a*) и стальной Ст3 (*б*) при изгибающей силе 49 Н

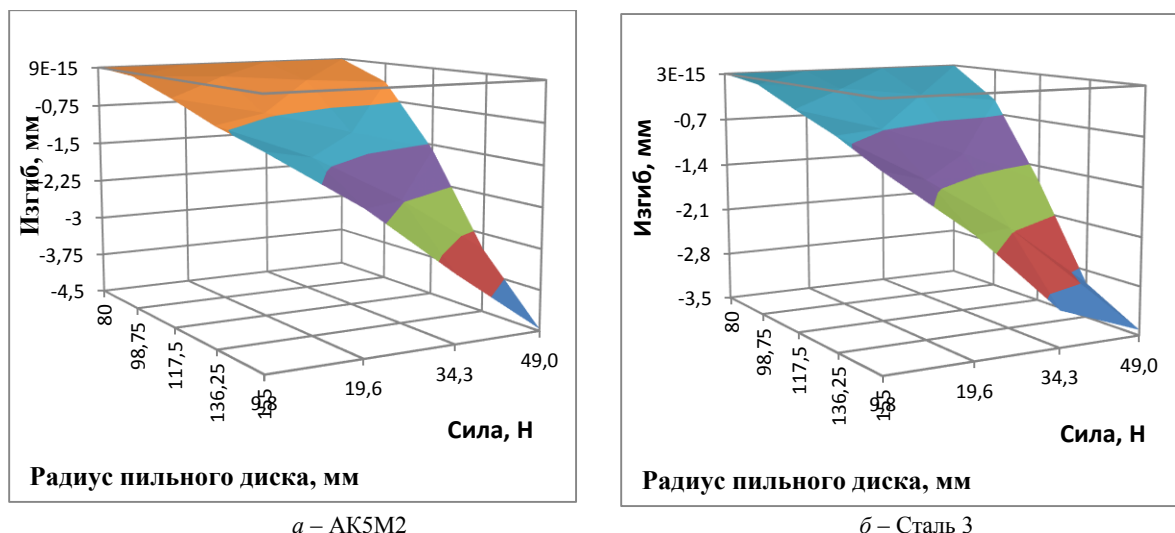


Рис. 8. Изменение изгиба пыльного диска в зависимости от радиуса пыльного диска и изгибающей силы с прокладкой из алюминия АК5М2 (а) и стальной Ст3 (б) для 0° сектора

Закключение. Результаты исследований показали, что с увеличением изгибающих сил с 9.8 до 49 Н увеличиваются значения изгиба пыльного диска с алюминиевой прокладкой до 4.5 мм, а со стальной прокладкой до 3.5 мм. Эти результаты указывают на целесообразность использования стальной прокладки новой конструкции при сборке пыльных цилиндров линтерной машины, что увеличивает устойчивость пыльных дисков при изгибах на 28.6%, больше чем с алюминиевой прокладкой АК5М2.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Каттаходжаев Р.М. Исследование влияния увеличенных диаметров пил на основные показатели процесса дженирования: Дисс. на соискание уч. степени канд. техн. наук. Ташкент. 1969. –135 с.
- [2] Исламкулов К.М. Разработка инновационной технологии упрочнения дисковых пил хлопкоочистительных машин // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2015, №6, С.25–30.
- [3] Рахимова Р. Исследование параметров джинных пил с целью повышения качества и эффективности дженирования хлопка: Дисс. на соискание уч. степени канд. техн. наук. Ташкент. 1983. –129 с.
- [4] Искандарова Н.К., Шин И.Г. Повышение эффективности дженирования по качественным показателям волокна путем отделочной обработки зубьев пил новым абразивным материалом // Universum: технические науки: электрон. научн. журн. 2020, № 9(78).
- [5] Шодмонкулов З.А. Технологическое обеспечение качества поверхностного слоя при абразивно-струйной обработке зубьев пыльных дисков линтерных машин с целью повышения их работоспособности: Дисс. на соискание уч. степени доктора философии (PhD) по техническим наукам. Ташкент, ТИТЛП. 2020. – 135 с.
- [6] Когоновский А.Г. Изучение простоев оборудования и обоснования планового коэффициента использования оборудования хлопкозаводов. Отчет ЦНИИХПром. Тема 23. 1952. –С. 102–164.
- [7] Рогов П.А., Мустафин Р.Х. Исследование величин бокового давления пил на колосники в джинах / Сб. научн. трудов ТИТЛП. Ташкент, 1974, вып. №25. С.35-40.
- [8] Паспорт пыльного линтера 5ЛП. Ташкент: ТГСКБ по хлопкоочистке. 1981, 18 с.
- [9] Мухаммадиев Д.М., Ибрагимов Ф.Х. и др. Патент РУз № IAP 06691. Междупильная прокладка для хлопкоочистительных машин. 2021, бюл. №3, 29.12.2021.

Дата поступления
03.12.2022

Мухаммадиев Д.М., Ибрагимов Ф.Х., Абзоров О.Х., Жамолова Л.Ю. Линтер машинаси аррали дискнинг эгилишини текириши

Аннотация: Мақолада 5ЛП линтер машинасининг аррали дискнинг эгилишини ўрганиши натижалари келтирилган. Линтер машинаси аррали дискларини панжарага тегишидан эгилиши жараёнини ўрганиши учун дастгоҳ тайёрланган ва унда АК5М2 алюминий қотишимасидан ва Ст3 пўлатдан тайёрланган арраларо қистирмалар ўрнатилган. Тадқиқот натижалари шуни кўрсатдики, эгувчи куч 9,8 дан 49 Н гача ошириши билан арра дискнинг эгилиши алюминий қистирмадан фойдаланганда 4,5 мм ни, пўлат қистирмада эса 3,5 мм ташкил этди, бу эса аррали диск барқарорини алюминий АК5М2 га қараганда 28,6% га оширади.

Калит сўзлар: линтер машинаси; арра цилиндр; аррали диск; арраларо қистирма; алюминий қотишимаси АК5М2; пўлат Ст3; эгилиши; индикатор; эгувчи куч.

Mukhammadiev D.M., Ibragimov F.X., Abzoirov O.X., Zhamolova L.Yu. Investigation of the bending of linter saw blades

Abstract: The article presents the results of a study of the bending of the saw blades of the 5LP linter machine. To study the process of bending saw blades from touching the grate, a bench installation was made using both serial gaskets made of AK5M2 aluminum alloy and St3 steel for the linter machine. The results of the research found that with an increase in bending forces from 9.8 to 49 N, the bending of the saw blade with an aluminum gasket increases up to 4.5 mm, and with a steel gasket up to 3.5 mm, which increases the stability of saw blades in bending by 28.6% than aluminum AK5M2.

Key words: linter machine; saw cylinder; saw blade; inter-saw gasket; aluminum alloy AK5M2; steel St3; bend; indicator; bending force.

УДК 532.516

ПУЛЬСИРУЮЩЕЕ ТЕЧЕНИЕ УПРУГОВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

¹Наврззов К., ²Мирзоев А.А., ¹Шарипова Ш.Б.

¹Ургенчский государственный университет, Ургенч, Узбекистан

²Институт механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан

E-mail: shohistasharipova0@gmail.com

Аннотация: Решены задачи о колебательном течении упруговязкой жидкости в плоском канале при заданном гармоническом колебании расхода жидкости на основе обобщенной модели Максвелла. Определена передаточная функция, амплитудно-фазовой частотной характеристики. С помощью этой функции исследованы зависимость гидродинамического сопротивления от безразмерной частоты колебаний при различных значениях упругого числа Деборы и концентрации ньютоновской жидкости. Показано, что в колебательном течении упруговязкой жидкости, гидродинамическое сопротивление уменьшается в зависимости от числа Деборы. С увеличением этого числа уменьшение становится еще ярче, чем прежде. Этот эффект позволяет оценить гидродинамическое сопротивление при заданном законе изменения продольной скорости осредненного по сечению канала при пульсирующем течении и, тем самым, позволяют определить диссипации механической энергии среды, имеющей важное значение при регулировании гидро- и пневмосистем.

Ключевые слова: вязкоупругая жидкость; нестационарный поток; передаточная функция; колебательное течение; амплитуда; фаза.

Введение. Практический интерес предоставляет изучение пульсирующего течения упруговязкой жидкости в плоском канале и в цилиндрической трубе под воздействием гармонических колебаний градиента давления или при наложении на течение гармонических колебаний расхода жидкости. В [1] исследовано движение упруговязкой жидкости по длинной трубе под действием колебательного градиента давления. Показаны отличительные особенности этого движения по сравнению с соответствующим движением ньютоновской жидкости. В работе [2] исследован безынерционный пульсирующий поток упруговязкой жидкости в круглой бесконечной трубе под действием колебательного градиента давления, в котором показано, что в осциллирующем потоке профили продольной скорости симметричны и существует значительный фазовый сдвиг между градиентом давления и скоростью. В пульсирующих потоках фазовый сдвиг фактически отсутствовал, и осевая скорость изменялась несимметрично относительно своего среднего за период колебания. Ламинарные пульсирующие течения упруговязких жидкостей Максвелла и Олдройда-Б исследованы в работе [3], где демонстрируется много интересных особенностей, отсутствующих в потоках ньютоновских жидкостей. Результаты исследования [3] показывают, что в безынерционном режиме, когда число Рейнольдса намного меньше единицы, свойства течения зависят от трех характерных длин. Длина волны λ_0 и длина затухания вязкоупругих сдвиго-

вых волн $x_0 = \left(\frac{2\nu}{\omega_0}\right)^{1/2}$, здесь ν – кинематическая вязкость; ω_0 – частота колебания, а также

характерный поперечный размер системы a . В этой связи соответственно длины разделены на три шкалы и три независимые безразмерные группы: $t\theta/\lambda$ (вязкость до времени релаксации), De (время релаксации до периода колебаний) и X (коэффициент вязкости). Вместе с этим, колебательная область течения разделена на «широкие» $a/x_0 > 1$ и «узкие» $a/x_0 < 1$ случаи. В широких системах колебания ограничиваются околостеночными течениями, а в центральном ядре – невязкой. В узких системах поперечные волны пересекают всю систему и

пересекают ее центр тоже, что в конечном итоге приводит к конструктивным резонансам, которые в свою очередь приводят к резкому увеличению амплитуды профиля скорости. В [4] проанализированы нестационарные течения вязкоупругой жидкости Олдройда-Б в круглой бесконечной цилиндрической трубе под действием зависящего от времени градиента давления в следующих случаях: а) градиент давления изменяется со временем в соответствии с экспоненциальным законом; б) градиент давления изменяется по гармоническим законам; в) градиент давления постоянный. Во всех случаях получены формулы для распределения скорости, расхода жидкости и других гидродинамических величин в пульсирующем потоке. На основе модели Максвелла в [5] рассмотрена задача нестационарного пульсирующего течения упруговязкой жидкости в круглой цилиндрической трубе. Получены формулы для определения динамических и частотных характеристик. С помощью численных экспериментов изучены влияние частоты колебания и релаксационных свойств жидкости на касательное напряжение сдвига на стенке. Показано, что вязкоупругие свойства жидкости, а также ее ускорение является ограничивающими факторами в использовании квазистационарного подхода.

В последние десятилетия электрокинетические явления, в том числе электроосмос, потенциал течений, электрофорез и седиментационный потенциал привлекают большое внимание и предоставляют множество приложений в микро- и наноканалах. В связи с этим в работе [6] исследовано электрокинетическое течение упруговязких жидкостей в плоском канале под воздействием колебательного градиента давления. Предполагается, что движение жидкости происходит ламинарно и однонаправленно, в связи этим движение жидкости находится в линейном режиме. Поверхностные потенциалы считаются малыми, поэтому уравнение Пуассона–Больцмана линеаризуется. В течении появляется резонансное поведение, когда преобладает упругое свойство жидкости Максвелла. Резонансное явление усиливает электрокинетические эффекты и, вместе с тем, усиливает эффект преобразования электрокинетической энергии.

В перечисленных выше работах в основном исследуется поле скоростей жидкости при различных режимах изменения градиента давления. Изменение гидродинамических сопротивлений при пульсирующем потоке упруговязкой жидкости в зависимости от безразмерной частоты колебаний исследованы относительно мало. В данной работе исследуются пульсирующие течения упруговязкой жидкости по обобщенной модели Максвелла в плоском канале при наложении на течения гармонических колебаний расхода жидкости. Определяется передаточная функция амплитудно-фазовых частотных характеристик (АФЧХ). С помощью этой функции анализируется изменение гидродинамического сопротивления при пульсирующем потоке в зависимости от безразмерной частоты колебаний.

Постановка задачи и метод решения. Рассмотрим задачи медленного пульсирующего течения упруговязкой несжимаемой жидкости между двумя неподвижными параллельными плоскостями, простирающимися в обе стороны до бесконечности. Обозначим расстояние между стенками через $2h$. Ось Ox проходит горизонтально в середине канала вдоль потока. Ось Oy направлена перпендикулярно к оси Ox . Течение упруговязкой жидкости происходит симметрично по оси канала. Дифференциальное уравнение движения упруговязкой несжимаемой жидкости в напряжениях имеет следующие вид [7–10]

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (1)$$

где u – продольная скорость; p – давление; ρ – плотность; τ – касательная напряжения; t – время.

Реологические уравнения состояния жидкости принимается в виде обобщенного уравнения Максвелла [3, 6]

$$\tau = \tau_s + \tau_p, \tau_s = -\eta_s \frac{\partial u}{\partial y}, \lambda \frac{\partial \tau_p}{\partial t} + \tau_p = -\eta_p \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (2)$$

Здесь λ – время релаксации; τ_s – касательная напряжения ньютоновской жидкости; τ_p – касательная напряжения Максвелловской жидкости; τ – касательная напряжения раствора; η_s – динамическая вязкость Ньютоновской жидкости; η_p – динамическая вязкость Максвелловской жидкости. Между динамических вязкостей выполняется равенство [3, 6]

$$\eta = \eta_s + \eta_p,$$

где η – динамическая вязкость раствора.

Подставляя (2) в уравнение движения (1) для скорости жидкости, получаем

$$\rho \left(1 + \lambda \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial u}{\partial t} = - \left(1 + \lambda \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + \eta_s \left(1 + \lambda \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \eta_p \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \quad (3)$$

Считаем, что пульсирующее течение упруговязкой жидкости происходит за счет заданного гармонического колебания расхода жидкости или её продольной скорости в осреднённом по сечению каналу.

$$Q = a_Q \cos \omega t = \operatorname{Re} a_Q e^{i\omega t}, \quad \langle u \rangle = a_u \cos \omega t = \operatorname{Re} a_u e^{i\omega t}$$

где a_Q и a_u – амплитуды расхода жидкости и амплитуды её продольной скорости в осреднённом по сечению каналу. В данном случае течение происходит симметрично по оси канала и на стенке канала удовлетворяется условие прилипания.

Тогда граничными условиями будут:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \text{ при } y = 0, \quad u = 0 \text{ при } y = h, \quad (4)$$

В силу линейности уравнение (3) продольной скорости, давления, касательного напряжения на стене можно записывать следующем образом

$$u(y, t) = \operatorname{Re} u_1(y) e^{i\omega t}, \quad p(x, t) = \operatorname{Re} p_1(x) e^{i\omega t}, \quad \tau(t) = \operatorname{Re} \tau_1 e^{i\omega t}. \quad (5)$$

Подставляя (5) в уравнение (3), получаем

$$\frac{\partial^2 u_1(y)}{\partial y^2} - \frac{\rho i \omega}{\eta} \left(X + \frac{Z}{1+i\omega\lambda} \right)^{-1} u_1(y) = \frac{1}{\eta} \left(X + \frac{Z}{1+i\omega\lambda} \right)^{-1} \frac{\partial p_1(x)}{\partial x}. \quad (6)$$

Здесь $X = \frac{\eta_s}{\eta}$ – вязкостная доля Ньютоновской жидкости; $Z = \frac{\eta_p}{\eta}$ – вязкостная доля Максвелловской жидкости.

Фундаментальными решениями уравнения (6) без правой части будут функции

$$\cos \left(\frac{i^{3/2} \alpha_0}{h} \eta(i\omega) y \right), \quad \sin \left(\frac{i^{3/2} \alpha_0}{h} \eta(i\omega) y \right), \quad \eta(i\omega) = \left(\frac{1+i\omega\lambda}{1+i\omega\lambda X} \right)^{1/2}, \quad \alpha_0 = \sqrt{\frac{\rho\omega}{\eta}} h.$$

А решения неоднородной части имеет вид $\frac{1}{\rho i \omega} \left(-\frac{\partial p_1(x)}{\partial x} \right)$.

Таким образом, общее решение уравнения (6) будет

$$u_1(y) = C_1 \cos \left(i^{3/2} \alpha_0 \eta(i\omega) \frac{y}{h} \right) + C_2 \sin \left(i^{3/2} \alpha_0 \eta(i\omega) \frac{y}{h} \right) + \frac{1}{\rho i \omega} \left(-\frac{\partial p_1(x)}{\partial x} \right). \quad (7)$$

Для определения постоянных коэффициентов C_1 и C_2 используем граничные условия (4)

$$\frac{\partial u_1(y)}{\partial y} = -C_1 \frac{i^{3/2} a_0}{h} \eta(i\omega) \sin\left(i^{3/2} a_0 \eta(i\omega) \frac{y}{h}\right) + C_2 \frac{i^{3/2} a_0}{h} \eta(i\omega) \sin\left(i^{3/2} a_0 \eta(i\omega) \frac{y}{h}\right). \quad (8)$$

При $y=0$ (8) имеет вид $C_2 \frac{i^{3/2} a_0}{h} \eta(i\omega) = 0$

Отсюда легко найти $C_2=0$, из (7) определяем C_1 при условии, что $u_1=0$ при $y=h$

$$C_1 = -\frac{1}{\rho i \omega} \left(-\frac{\partial p_1(x)}{\partial x} \right) \frac{1}{\cos\left(i^{3/2} a_0 \eta(i\omega)\right)}.$$

В результате этого для определения скорости будем иметь:

$$u_1(y) = \frac{1}{\rho i \omega} \left(-\frac{\partial p_1(x)}{\partial x} \right) \left(1 - \frac{\cos\left(i^{3/2} a_0 \eta(i\omega) \frac{y}{h}\right)}{\cos\left(i^{3/2} a_0 \eta(i\omega)\right)} \right). \quad (9)$$

где $a_0 \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} h$ – колебательное число Уомерсли (безразмерная частота колебаний); $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ – кинематическая вязкость раствора.

С помощью уравнения

$$\tau_1(i\omega) = -\frac{\eta}{\eta^2(i\omega)} \frac{\partial u_1(y)}{\partial y} \Big|_{y=h}. \quad (10)$$

находим касательное напряжение сдвига на стенке

$$\tau_1(i\omega) = -h \left(-\frac{\partial P}{\partial x} \right) \frac{1}{i \alpha_0^2} \left(\frac{i^{3/2} a_0 \eta(i\omega) \sin\left(i^{3/2} a_0 \eta(i\omega)\right)}{\cos\left(i^{3/2} a_0 \eta(i\omega)\right)} \right). \quad (11)$$

Теперь проинтегрируем обе части формулы (9) по переменной y в пределах от $-h$ до h , найдём формулы для расхода жидкости

$$Q_1 = 2h \left[\frac{1}{\rho i \omega} \left(-\frac{\partial p_1(x)}{\partial x} \right) \left(1 - \frac{\sin\left(i^{3/2} a_0 \eta(i\omega)\right)}{\left(i^{3/2} a_0 \eta(i\omega)\right) \cos\left(i^{3/2} a_0 \eta(i\omega)\right)} \right) \right]. \quad (12)$$

Учитывая формулу (12) $Q_1 = 2h \langle u_1 \rangle$, находим продольную скорость жидкости в осреднённом по сечению канале

$$\langle u_1(i\omega) \rangle = \frac{1}{\rho i \omega} \left(-\frac{\partial p_1(x)}{\partial x} \right) \left(1 - \frac{\sin\left(i^{3/2} a_0 \eta(i\omega)\right)}{\left(i^{3/2} a_0 \eta(i\omega)\right) \cos\left(i^{3/2} a_0 \eta(i\omega)\right)} \right). \quad (13)$$

Здесь $\rho i \omega$ можно записать в виде

$$\rho i \omega = i \frac{\omega}{\nu} h^2 \cdot \frac{\eta}{h^2} = i \alpha_0^2 \frac{\eta}{h^2}.$$

Тогда формула (13) с учетом (11) приобретает вид:

$$\langle u_1(i\omega) \rangle = -\frac{h}{3\eta} \tau_1 \cdot \frac{3i^{\frac{3}{2}} \alpha_0 \eta(i\omega) \cos\left(i^{\frac{3}{2}} \alpha_0 \eta(i\omega)\right) - \sin\left(i^{\frac{3}{2}} \alpha_0 \eta(i\omega)\right)}{\left(i^{\frac{3}{2}} \alpha_0\right)^2 \sin\left(i^{\frac{3}{2}} \alpha_0 \eta(i\omega)\right)}. \quad (14)$$

Используя формулы (14), определяем передаточную функцию $W_{\tau,u}(i\omega)$ для касательного напряжения на стенки, как

$$W_{\tau,u}(i\omega) = \frac{h}{3\eta} \frac{\tau_1(i\omega)}{u_1(i\omega)}. \quad (15)$$

С учетом (15) из уравнения (14) получаем

$$W_{\tau,u}(i\omega) = \frac{h}{3\eta} \frac{\tau_1(i\omega)}{\langle u_1(i\omega) \rangle} = -\frac{\left(i^{\frac{3}{2}} \alpha_0\right)^2 \sin\left(i^{\frac{3}{2}} \alpha_0 \eta(i\omega)\right)}{3i^{\frac{3}{2}} \alpha_0 \eta(i\omega) \cos\left(i^{\frac{3}{2}} \alpha_0 \eta(i\omega)\right) - \sin\left(i^{\frac{3}{2}} \alpha_0 \eta(i\omega)\right)} = \chi + \beta i. \quad (16)$$

Передаточная функция (16) иногда называется амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ). Эти функции позволяют оценить гидродинамическое сопротивление при заданном законе изменения продольной скорости жидкости в осредненном по сечению канале, так как ее действительная часть позволяет определить активное гидродинамическое сопротивление, а мнимая часть реактивность или индуктивность колебательного потока.

Результаты расчетов и анализ.

Гидродинамическое сопротивление при колебательном потоке в ньютоновских, а также упруговязких жидкостях определяется отношением градиента давления к средней скорости, иногда это отношения называются «импедансом» потока. Отношением градиента давления к средней скорости находим из формулы (13)

$$Z = \frac{\left(-\frac{\partial p}{\partial x}\right)}{R_0 \langle u_1(i\omega) \rangle} = \left[\frac{1}{i\alpha_0^2} \left(1 - \frac{\sin(M_1 - i\bar{M}_1)}{(M_1 - i\bar{M}_1) \cos(M_1 - i\bar{M}_1)} \right) \right]^{-1} = \bar{R} + i\bar{L}. \quad (17)$$

Здесь $R_0 = \eta/h^2$ – гидродинамическое сопротивление Ньютоновской жидкости при стационарном потоке.

Выделяя действительную и мнимую части формулы (17), определяем полное гидродинамическое сопротивление \bar{R} и индуктивность \bar{L} :

$$\bar{R} = \frac{\alpha_0^2 (A_1^2 + B_1^2)}{(A_2^2 + B_2^2)} B_2, \quad \bar{L} = \frac{(A_1^2 + B_1^2)}{\alpha_0^2} A_2,$$

$$A_1 = \bar{A}\bar{M}_1 + \bar{B}M_1, \quad B_1 = \bar{A}M_1 - \bar{B}\bar{M}_1, \quad A_2 = (A_1^2 + B_1^2) - A_1 C - B_1 D,$$

$$B_2 = (B_1 C - A_1 D), \quad C = \sin M_1 \operatorname{ch} \bar{M}_1, \quad D = -\cos M_1 \operatorname{sh} \bar{M}_1.$$

$$\bar{A} = \sin M_1 \operatorname{sh} \bar{M}_1, \quad \bar{B} = \cos M_1 \operatorname{ch} \bar{M}_1, \quad M_1 = \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}} \bar{G}_1, \quad \bar{M}_1 = \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}} \bar{G}_2,$$

$$\bar{G}_1 = \bar{G}_1 + \bar{G}_2, \quad \bar{G}_2 = \bar{G}_1 - \bar{G}_2, \quad \sqrt{\frac{1}{\eta^*(i\omega)}} = \sqrt{G_1 + G_2 i} = \bar{G}_1 + \bar{G}_2 i,$$

$$\bar{G}_1 = \sqrt{\sqrt{G_1^2 + G_2^2}} \cos \frac{\varphi + 2n\pi}{2}, \quad \bar{G}_2 = \sqrt{\sqrt{G_1^2 + G_2^2}} \sin \frac{\varphi + 2n\pi}{2}, \quad n = 0, 1;$$

$$\varphi = \arctg \frac{G_2}{G_1}, \quad \frac{1}{\eta^*(i\omega)} = \frac{1 + De^2 X \alpha_0^4 + iDe\alpha_0^2(1-X)}{1 + De^2 X^2 \alpha_0^4} = G_1 + G_2 i$$

$$G_1 = \frac{1 + De^2 X \alpha_0^4}{1 + De^2 X^2 \alpha_0^4}, \quad G_2 = \frac{De\alpha_0^2(1-X)}{1 + De^2 X^2 \alpha_0^4}$$

$$\eta^*(i\omega) = \left(\frac{\eta_s}{\eta} + \frac{\eta_p}{\eta} \frac{1}{1 + iDe\alpha_0^2} \right) = \left(X + Z \frac{1}{1 + iDe\alpha_0^2} \right) =$$

$$\frac{1 + iDeX\alpha_0^2}{1 + iDe\alpha_0^2}, \quad \frac{\eta_s}{\eta} + \frac{\eta_p}{\eta} = 1 \quad X = \frac{\eta_s}{\eta}, \quad Z = \frac{\eta_p}{\eta}, \quad X + Z = 1,$$

$$De = \frac{\lambda \eta}{\rho h^2}, \quad \alpha_0^2 = \frac{\omega}{\nu} h^2.$$

Результаты исследования (17) для Ньютоновской жидкости приведены во многих работах [7, 9, 10]. На рис.1 представлена зависимость гидродинамического сопротивления от безразмерной частоты колебаний α_0 , когда упругое число Деборы $De=0.05$ и при различных значениях концентрации Ньютоновской жидкости в растворе.

На графике рис.1 при $X=1$ приведено изменение полного гидродинамического сопротивления Ньютоновской жидкости в пульсирующем потоке, совпадающее с результатами других исследователей [7, 9, 10]. Из этого графика видно, что с увеличением безразмерной частоты колебаний α_0 полное гидродинамическое сопротивление Ньютоновской жидкости монотонно возрастает. Кривые 2–5, приведенные на рис.1, характеризует изменение гидродинамического сопротивления в пульсирующем потоке упруговязкой жидкости с низким упругим числом Деборы, с добавлением ньютоновской жидкости. Действительно кривые 2–5 мало отличается от кривой 1, так что в этом случае вместо гидродинамического сопротивления упруговязкой жидкости можно принимать гидродинамическое сопротивление ньютоновской жидкости.

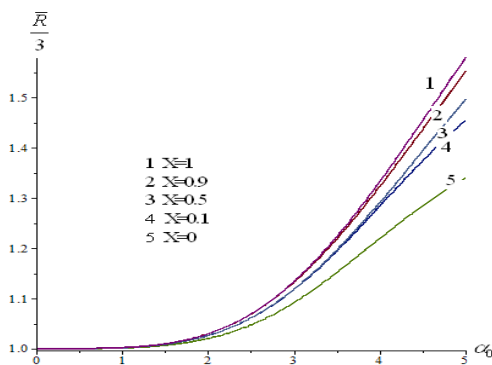


Рис. 1. Зависимость гидродинамического сопротивления от безразмерной частоты колебаний α_0 при различных значениях концентрации Ньютоновской жидкости и $De=0.05$

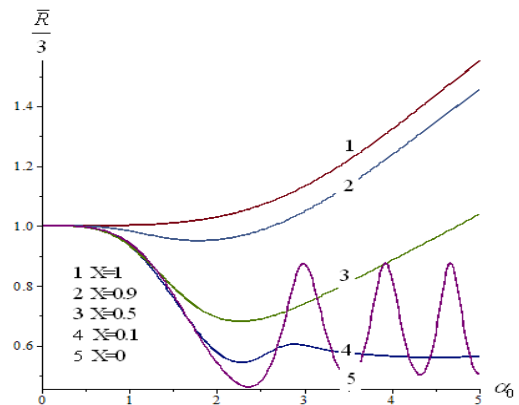


Рис. 2. Зависимость гидродинамического сопротивления от безразмерной частоты колебаний α_0 при различных значениях концентрации Ньютоновской жидкости и $De=0.5$

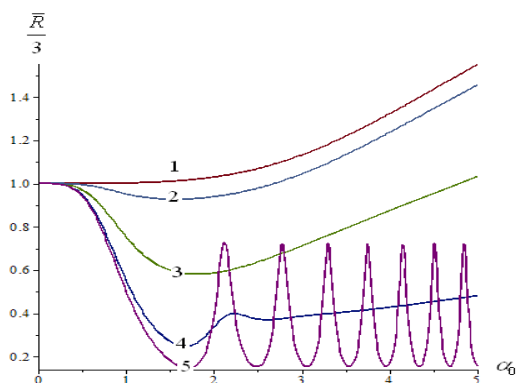


Рис. 3. Зависимость гидродинамического сопротивления от безразмерной частоты колебаний α_0 при различных значениях концентрации Ньютоновской жидкости, когда $De=1$

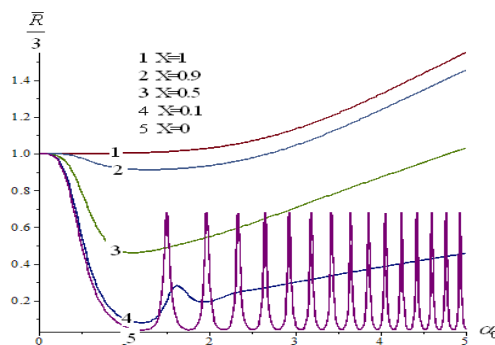


Рис. 4. Зависимость гидродинамического сопротивления от безразмерной частоты колебаний α_0 при различных значениях концентрации Ньютоновской жидкости, когда $De=2$

Однако с увеличением упругого числа Деборы наблюдается существенное отличие гидродинамического сопротивления упруговязкой жидкости от ньютоновской жидкости. Это отличие показано на рис.2–4 при возрастающих значениях упругого числа Деборы. Начиная с упругого числа Деборы равным $De=0.5$, наблюдается уменьшение гидродинамического сопротивления в зависимости от концентрации Ньютоновской жидкости (кривые 3–5 на рис. 3). Когда отсутствует Ньютоновская жидкость в растворе, то раствор обладает реологически сложными свойствами. В таких случаях в пульсирующем потоке упруговязкой жидкости гидродинамические сопротивления изменяются колебательным образом в зависимости от безразмерной частоты колебаний α_0 , и они усиливаются с увеличением упругого числа Деборы (кривые 5 на рис. 2–4). Содержание ньютоновской жидкости в растворе сглаживает колебательный процесс (кривые 3, 4 на рис. 2–4). В общем случае при пульсирующем течении упруговязкой жидкости гидродинамическое сопротивление уменьшается в промежуточном значении $1 < \alpha_0 < 3$ безразмерной частоты колебаний максимально, а затем увеличивается с увеличением этой частоты. Полученный эффект позволяет оценить гидродинамическое сопротивление при заданном законе изменения продольной скорости в осредненном по сечению канале, при пульсирующем течении упруговязкой жидкости, и тем самым можно определить диссипацию механической энергии среды, имеющее важные значения при регулировании гидро- и пневмосистем.

Заключение. Решены задачи о колебательном течении упруговязкой жидкости в плоском канале при заданном гармоническом колебании расхода жидкости на основе обобщенной модели Максвелла. Определена передаточная функция амплитудно-фазово-частотных характеристик. С помощью этой функции исследованы зависимость гидродинамического сопротивления от безразмерной частоты колебаний при различных значениях упругого числа Деборы и концентрации ньютоновской жидкости. Показано, что в колебательном течении упруговязкой жидкости, гидродинамическое сопротивление уменьшается в зависимости от числа Деборы. Этот эффект позволяет оценить гидродинамическое сопротивление при заданном законе изменения продольной скорости жидкости в осредненном по сечению канале, при пульсирующем течении упруговязкой жидкости и, тем самым позволяет, определить диссипацию механической энергии среды, имеющей важное значение при регулировании гидро- и пневмо систем.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Jons J.R., Walters T.S. Flow of elastic-viscous liquids in channels under the influence of a periodic pressure gradient // Part 1. Rheol. Acta. 1967, Vol. 6, pp.240–245.
- [2] Khabakhpasheva E., Popov V., Kekalov A., Mikhailova E. Pulsating flow of viscoelastic fluids in tubes // J. Non-Newtonian Fluid. Mech. 1989, Vol.33(3), pp. 289–304
- [3] Casanellas L., Ortin J. Laminar oscillatory flow of Maxwell and Oldroyd-B fluids // J. Non-Newtonian Fluid. Mechanics. (2011), 166, pp.1315–1326.

- [4] Hassan A. Abu-El and El-Maghawru E.M. Unsteady axial viscoelastic pipe flows of an Oldroyd-B fluid in // Rheology-New concep. Applications and Methods Ed by Durairaj R. Published by In Tech. 2013, ch. 6, pp. 91–106.
- [5] Akilov Zh.A., Dzhabbarov M.S. and Khuzhayorov B.Kh. Tangential Shear Stress under the Periodic Flow of a Viscoelastic Fluid in a Cylindrical Tube // SSN 0015-4628, Fluid Dynamics. 2021, Vol. 56, №2, pp. 189–199.
- [6] Ding Z., Jian Y. Electrokinetic oscillatory flow and energy microchannelis: a linear analysis // J. Fluid. Mech. 2021, Vol. 919, A20. DOI:10.1017/jfm. 2021. 380 A20.1-31.
- [7] Попов Д.Н. Нестационарные гидромеханические процессы. Москва. Машиностроение, 1982, –424 с.
- [8] Астарита Дж., Марруччи Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. Москва. Мир, 1978, – 309 с.
- [9] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Москва. Дрофа, 2003, –840 с.
- [10] Колесниченко В.И., Шарифулин А.Н. Введение в механику несжимаемой жидкости. Пермь. Изд. Пермского нац. иссл. полит. университета, 2019, – 127 с.

Дата поступления
15.02.2022

Наврззов К.Н., Мирзоев А.А., Шарипова Ш.Б. Ясси каналда реологик мураккаб суюқликнинг пульсли оқими.

Аннотация. Мақолада суюқлик сарфининг гармоник тебранилари берилган ҳолда умумлашган Максвелл модели асосида эластик қовушоқ суюқликнинг ясси каналдаги тебранма оқими масаласи ечилган. Ечим асосида тебранма оқимнинг узатма функцияси аниқланган. Бу функция орқали суюқлик сарфининг гармоник тебранилари берилган ҳолда тебранма оқимнинг гидродинамик қаршилигини баҳолаш имконини беради. Шунга ўхшаши гидро ва пневмотизимларда муҳим аҳамиятга эга бўлган ностационар тебранма оқимда механик энергиянинг сочилишини аниқлайди. Шунингдек узатма функциянинг ҳақиқий қисми фаол гидродинамик қаршилиқни, мавҳум қисми эса реактив қаршилиқни ёки индуктивликни аниқлайди.

Калит сўзлар: Эластик қовушоқ суюқлик; ностационар оқим; узатма функция; тебранма оқим; амплитуда; фаза.

Navruzov K., Mirzoev A.A., Sharipova Sh.B. Pulse flow of a rheological complex liquid in a flat channel.

Annotation. The problems of the oscillatory flow of an elastoviscous fluid in a plane channel for a given harmonic fluctuation of the fluid flow rate are solved on the basis of the generalized Maxwell model. The transfer function of the amplitude-phase frequency characteristics is determined. With the help of this function, the dependence of the hydrodynamic resistance on the dimensionless oscillation frequency is studied for various values of the elastic Deborah number and the concentration of the Newtonian fluid. It is shown that in an oscillatory flow of an elastoviscous fluid, the hydrodynamic resistance decreases depending on the Deborah number. With an increase in this number, the decrease becomes even brighter than before. This effect makes it possible to estimate the hydrodynamic resistance for a given law, the change in the longitudinal velocity averaged over the channel section, with a pulsating flow, and, thereby, allow us to determine the dissipation of the mechanical energy of the medium, which are important in the regulation of hydraulic and pneumatic systems.

Key words: Viscoelastic fluid; unsteady flow; transfer function; oscillatory flow; amplitude; phase.

УДК 532.546

МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В ДЕФОРМИРУЕМОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Бурнашев В.Ф., Кайтаров З.Д.

Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан

E-mail: vladimir.burnash@mail.ru

Аннотация: В данной работе рассмотрен процесс двухфазной фильтрации с учетом сжимаемости среды и создана подходящая для процесса математическая модель. На основе созданной модели исследовано влияние сжимаемости среды на двухфазный поток, а также проанализированы существующие зависимости для пористости и проницаемости сжимаемой среды. Для проведения численных расчетов использовался метод конечных разностей. По полученным результатам было замечено, что продуктивность нефтяных скважин ниже в средах с высоким коэффициентом сжимаемости.

Ключевые слова: деформация; насыщенность; пористость; проницаемость; фаза; фильтрация; динамика.

Введение. Когда жидкость движется через пористую среду, градиент давления, вызывающий этот поток, может быть достаточным для деформации пористой среды. В качестве альтернативы, если пористая среда сжимается, то внутренняя жидкость вынуждена двигаться. При этом сжатии изменяются свойства материала, в частности проводимость. Уплотнение снижает пористость среды и увеличивает сопротивление прохождению жидкости. Следовательно, существует сложное взаимодействие между деформацией твердого тела и движением жидкости [1].

Анализ деформации среды и течения в насыщенных и ненасыщенных пористых средах составляет основу теории пороупругости и важен во многих геофизических, инженерных приложениях и промышленных процессах [2]. Например: разжижение почвы во время

землетрясений, гравитационные потоки, такие как быстрые оползни и сели [3,4], эрозия внутренних вод во время проливных дождей и наводнений или разрушение искусственных сооружений из-за наводнений [4], нефть и добыча газа [5,6], переработка нефти [4,7], связывание углекислого газа в геологических структурах [3,4] в области энергетики.

Различные модели с различными подходами были разработаны для учета деформации среды. В явном совместном подходе [8,9] симулятор выполняет течение многофазного флюида для каждого временного шага и геомеханические расчеты деформации после выбранных временных шагов. Частота геомеханических обновлений определяется размером изменения объема пор. В итерационно-связанном подходе [9] многофазный поток и деформация связаны на каждом временном шаге через нелинейный итерационный цикл. Учитывая ограниченное условие для итерации, итеративный связанный подход может привести к полностью сходящимся результатам [10]. При полностью интегрированном подходе [11] течение и деформация жидкости решаются одновременно с помощью системы единых уравнений [12].

Когда среда деформируется, свойства среды меняются. В частности, за счет уплотнения уменьшается пористость среды. Поскольку это приводит к уменьшению путей прохождения жидкости, ожидается снижение проницаемости [1]. Затем необходимо включить взаимосвязь между функцией проводимости и напряжением ткани в основные уравнения [13]. Линейные и экспоненциальные зависимости, представляющие зависимость проводимости от поля давления, представлены в [14], а зависимости, представляющие связь с пористостью, представлены в [15].

В статье [15] рассмотрено численное решение математической модели движения и взаимодействия частиц в многокомпонентной плазме на примере электродугового синтеза углеродных наноструктур, а для реализации расчетов использован метод крупных частиц. Использование метода крупных частиц позволяет снизить объем вычислений и требования к аппаратным ресурсам, не влияя на точность численных расчетов. В статье [16] исследуется устойчивость численных схем модифицированного метода «крупных частиц» для процесса нестационарной неизотермической многофазной фильтрации. Для схемы модифицированного метода «крупных частиц» критерии устойчивости взяты в целом.

В данной статье анализируется влияние сжимаемости среды на двухфазный поток и существующие соотношения, используемые для определения пористости и проницаемости.

Постановка задачи. Рассмотрим пласт, вскрытый одной нефтяной скважиной. Мы предполагаем, что в процессе фильтрации в деформируемой пористой среде участвуют нефтяная и водная фазы.

Для описания процесса будем использовать одномерную математическую модель двухфазной фильтрации в деформируемой пористой среде:

Уравнение сохранения массы нефтяной фазы

$$\frac{\partial}{\partial t}(m\rho_o s_o) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_o u_o) = 0, \quad (1)$$

где s_o – насыщенность порового пространства нефтью, ρ_o – плотность нефтяной фазы, m – пористость, u_o – скорость нефтяной фазы.

Уравнение сохранения массы водной фазы

$$\frac{\partial}{\partial t}(m\rho_w s_w) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_w u_w) = 0, \quad (2)$$

где s_w – насыщенность порового пространства водой, ρ_w – плотность водной фазы, u_w – скорость водной фазы.

Полагая $\rho_o = \text{const}$, $\rho_w = \text{const}$, перепишем уравнение (1)–(2) в следующем виде.

Уравнение сохранения массы нефтяной фазы

$$\frac{\partial}{\partial t}(ms_o) + \frac{\partial}{\partial x}(u_o) = 0 \quad (3)$$

Уравнение сохранения массы водной фазы

$$\frac{\partial}{\partial t}(ms_w) + \frac{\partial}{\partial x}(u_w) = 0 \quad (4)$$

Скорости фильтрации фаз будем определять по закону Дарси

$$u_o = -\frac{Kk_o}{\mu_o} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad u_w = -\frac{Kk_w}{\mu_w} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (5)$$

где K , k_o , k_w – абсолютная и относительные фазовые проницаемости, μ_o – вязкость нефти, μ_w – вязкость воды, p – давление.

Изменение пористости учтем также, как и в [20]

$$m = m_0 + \beta_m(p - p_0), \quad (6)$$

где p_0 – фиксированное давление, m_0 – коэффициент пористости при $p=p_0$, β_m – коэффициент упругости пласта. А при больших значениях изменения давления используем формулу

$$m = m_0 e^{\frac{-\beta_m(p_0-p)}{m_0}}. \quad (7)$$

Экспериментально показано, что не только пористость, но и проницаемость значительно меняются при изменении пластового давления [14], причем проницаемость часто изменяется в большей степени, чем пористость. При малых изменениях давления эту зависимость можно считать линейной [14]:

$$K = K_0(1 - a_K(p_0 - p)), \quad (8)$$

Добавим к системе уравнений очевидное равенство

$$s_o + s_w = 1, \quad (11)$$

зависимости для вязкостей

$$\mu_o = const, \quad \mu_w = const, \quad (12)$$

и относительных фазовых проницаемостей [14]

$$k_o = \begin{cases} \left(\frac{0,85 - s_w}{0,8}\right)^{2,8} \cdot (1 + 2,4 \cdot s_w), & 0 \leq s_w \leq 0,85, \\ 0 & 0,85 \leq s_w \leq 1; \end{cases} \quad (13)$$

$$k_w = \begin{cases} 0 & 0 \leq s_w \leq 0,85, \\ \left(\frac{s_w - 0,2}{0,8}\right)^{3,5}, & 0,85 \leq s_w \leq 1. \end{cases} \quad (14)$$

Для вывода уравнения для давления просуммируем уравнения (3) – (4). В результате получим

$$\frac{\partial}{\partial t}[m(s_o + s_w)] + \frac{\partial}{\partial x}(u_o + u_w) = 0.$$

Или, так как $s_o + s_w = 1$, то

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u_o + u_w) = 0.$$

Поскольку $m = m(p)$, то

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial m}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t},$$

и учитывая, что $m = m_0 + \beta_m(p - p_0)$

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(m_0 + \beta_m(p - p_0)) = \beta_m \frac{\partial p}{\partial t}.$$

Окончательно уравнение давления примет вид

$$\beta_m \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{Kk_0}{\mu_0} + \frac{Kk_w}{\mu_w} \right) \frac{\partial p}{\partial x} \right]. \quad (15)$$

Задавая начальные

$$p(x,0) = p^0, \quad s_o(x,0) = s_o^0, \quad s_w(x,0) = s_w^0 \quad (16)$$

и граничные условия

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad p(L,t) = p^*, \quad s_o(0,t) = s_o^*, \quad s_w(0,t) = s_w^*, \quad (17)$$

где L – длина области фильтрации, p^* – давление на скважине, s_o^* и s_w^* – нефтенасыщенность и водонасыщенность на левой границе, получим замкнутую систему уравнений (3) – (16), описывающих двухфазную фильтрацию в деформируемой пористой среде.

Метод решения. Для решения задачи (3)–(17) воспользуемся методом крупных частиц [15].

Введем сетку Эйлера для решения системы нестационарных уравнений (3)–(17).

$$\Omega_{dt} = \left\{ t_{j-1} = t_j - \tau, \quad j = \overline{1, T}; \quad x_{i-1} = x_i - h, \quad i = \overline{1, N} \right\}.$$

Среда моделируется системой частиц жидкости, соответствующей данному моменту времени с ячейкой сетки Эйлера. Разобьем расчет каждого шага по времени на два этапа [15]:

Этап 1. Игнорируем эффекты, связанные со смещением элементарной ячейки. Аппроксимируем уравнения (3)–(17) в дискретном пространстве:

$$\beta_m \frac{p_i^{\sim} - p_i^k}{\tau} = \frac{1}{h^2} \left\{ \left[K \left(\frac{k_0}{\mu_0} + \frac{k_w}{\mu_w} \right) \right]_{i+\frac{1}{2}}^k \cdot p_{i+1}^{\sim} - \right. \\ \left. - \left\{ \left[K \left(\frac{k_0}{\mu_0} + \frac{k_w}{\mu_w} \right) \right]_{i+\frac{1}{2}}^k + \left[K \left(\frac{k_0}{\mu_0} + \frac{k_w}{\mu_w} \right) \right]_{i-\frac{1}{2}}^k \right\} \cdot p_i^{\sim} + \left[K \left(\frac{k_0}{\mu_0} + \frac{k_w}{\mu_w} \right) \right]_{i-\frac{1}{2}}^k \cdot p_{i-1}^{\sim} \right\}, \quad (18)$$

$$A_i \cdot p_{i-1}^{\sim} - B_i \cdot p_i^{\sim} + C_i \cdot p_{i+1}^{\sim} = -F_i, \quad (19)$$

где

$$A_i = \frac{\tau}{\beta_m h^2} \left[K \left(\frac{k_0}{\mu_0} + \frac{k_w}{\mu_w} \right) \right]_{i-\frac{1}{2}}^k, \quad B_i = 1 + \frac{\tau}{\beta_m h^2} \left\{ \left[K \left(\frac{k_0}{\mu_0} + \frac{k_w}{\mu_w} \right) \right]_{i-\frac{1}{2}}^k + \left[K \left(\frac{k_0}{\mu_0} + \frac{k_w}{\mu_w} \right) \right]_{i+\frac{1}{2}}^k \right\} \\ C_i = \frac{\tau}{\beta_m h^2} \left[K \left(\frac{k_0}{\mu_0} + \frac{k_w}{\mu_w} \right) \right]_{i+\frac{1}{2}}^k, \quad F_i = p_i^k.$$

Решаем систему линейных уравнений (19) методом прогонки. Коэффициенты прогонки определяются по следующим формулам

$$\begin{cases} \alpha_{i+1} = \frac{C_i}{B_i - A_i \alpha_i}, & i = \overline{1, N} \\ \beta_{i+1} = \frac{F_i + A_i \cdot \beta_i}{B_i - A_i \alpha_i}, & i = \overline{1, N} \end{cases} \quad (20)$$

Находим давление по найденным коэффициентам следующим образом

$$p_i^{\sim} = \alpha_{i+1} \cdot p_{i+1}^{\sim} + \beta_{i+1}. \quad (21)$$

Из граничных условий вычисляем начальные значения коэффициентов проводимости и значения давления в скважинах и в конце месторождения на каждом временном шаге в следующем виде.

$$\alpha_1 = 1, \quad \beta_1 = 0, \quad p_N^{\sim} = p^*$$

Определяем скорость фильтрации в точках по значениям найденного давления в узлах

$$(u_o)_{i+\frac{1}{2}}^{\sim} = -\left(\frac{Kk_o}{\mu_o}\right)_i^{\sim} \frac{p_i^{\sim} - p_{i+1}^{\sim}}{h}, \quad (u_w)_{i+\frac{1}{2}}^{\sim} = -\left(\frac{Kk_w}{\mu_w}\right)_i^{\sim} \frac{p_i^{\sim} - p_{i+1}^{\sim}}{h}$$

Этап 2. Находим значения пористости, насыщенности и проницаемости на каждом временном шаге:

пористость

$$m_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} = m_0 + \beta_m(p_i^{\sim} - p_0)$$

или насыщенности нефтяной и водной фаз

$$(s_o)_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} = \frac{1}{m_{i+\frac{1}{2}}^{k+1}} \left[m_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} (s_o)_i^k + \frac{(u_o)_{i-1/2}^{\sim} - (u_o)_{i+1/2}^{\sim}}{h} \tau \right],$$

$$(s_w)_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} = 1 - (s_o)_{i+\frac{1}{2}}^{k+1}$$

- относительные фазовые проницаемости

$$(k_o)_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} = \begin{cases} \left(\frac{0,85 - (s_w)_{i+\frac{1}{2}}^{k+1}}{0,8} \right)^{2,8} \cdot \left(1 + 2,4 \cdot (s_w)_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} \right), & 0 \leq (s_w)_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} \leq 0,85, \\ 0 & 0,85 \leq (s_w)_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} \leq 1; \end{cases}$$

$$(k_w)_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} = \begin{cases} 0 & 0 \leq (s_w)_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} \leq 0,85, \\ \left(\frac{(s_w)_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} - 0,2}{0,8} \right)^{3,5}, & 0,85 \leq (s_w)_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} \leq 1; \end{cases}$$

- абсолютные проницаемости

$$K_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} = K_0(1 - a_K(p_i^{\sim} + p_0))$$

Результаты и обсуждение. В вычислительных экспериментах по исследованию напряженно-деформированного состояния насыщенной пористой среды использовались следующие значения параметров:

$$m_0 = 0.03, \quad K_0 = 4.8 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2, \quad (s_o)_0 = 0.6, \quad (s_w)_0 = 0.4, \quad p_0 = 10^6 \text{ Па}, \quad p^0 = 10^6 \text{ Па}, \quad p^* = 10^5 \text{ Па},$$

$$(s_o)^* = 0.6, \quad (s_w)^* = 0.4, \quad \mu_o = 1.3 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \mu_w = 1.768 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \beta_m = 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$$

Результаты расчетов представлены графически на рисунках 1-11.

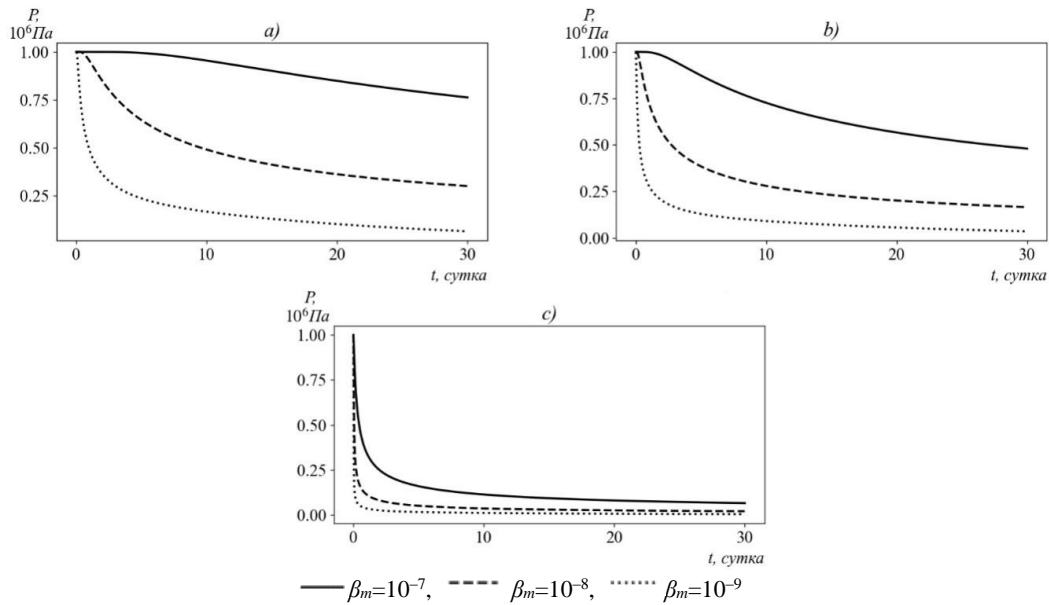


Рис 1. Динамика влияния β_m на поле давления в точках вблизи нефтяной скважины: $a - x=105$ м, $b - x=112$ м, $c - x=119$ м.

На рис. 1 представлена динамика изменения поля давления на расстояниях 15 м, 8 м и 1 м от нефтяной скважины при различных значениях β_m . Из этих результатов видно, что увеличение значения β_m замедляет процесс снижения давления в окружающей среде.

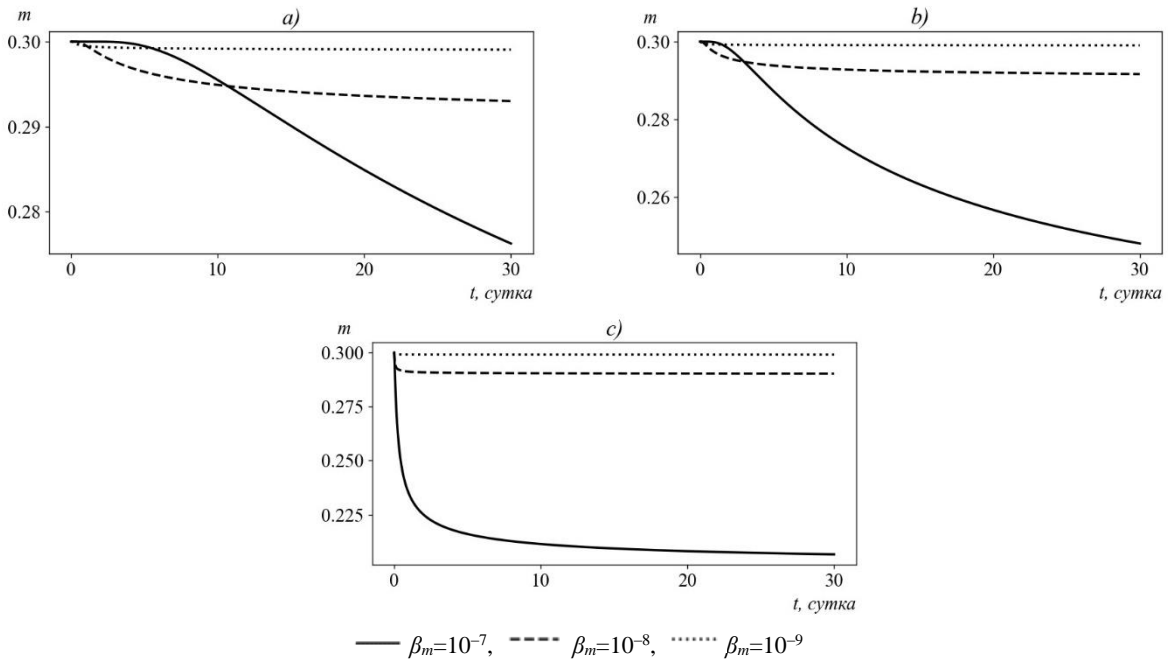


Рис 2. Динамика влияния β_m на пористость в точках вблизи нефтяной скважины: $a-x=105$ м, $b- x=112$ м, $c - x=119$ м.

На рис. 2 представлена динамика изменения пористости среды на расстояниях 15 м, 8 м и 1 м от нефтяной скважины при различных значениях β_m . Из этих результатов видно, что увеличение значения β_m приводит к резкому снижению пористости в точках, близких к нефтяной скважине. На рис. 2, a видно, что на расстоянии 15 м от нефтяной скважины снижение пористости происходило быстрее при малых значениях β_m в начале, с течением времени значение β_m в этой точке составляло 10^{-7} , т.е. мы видим, что снижение резко ускорилось.

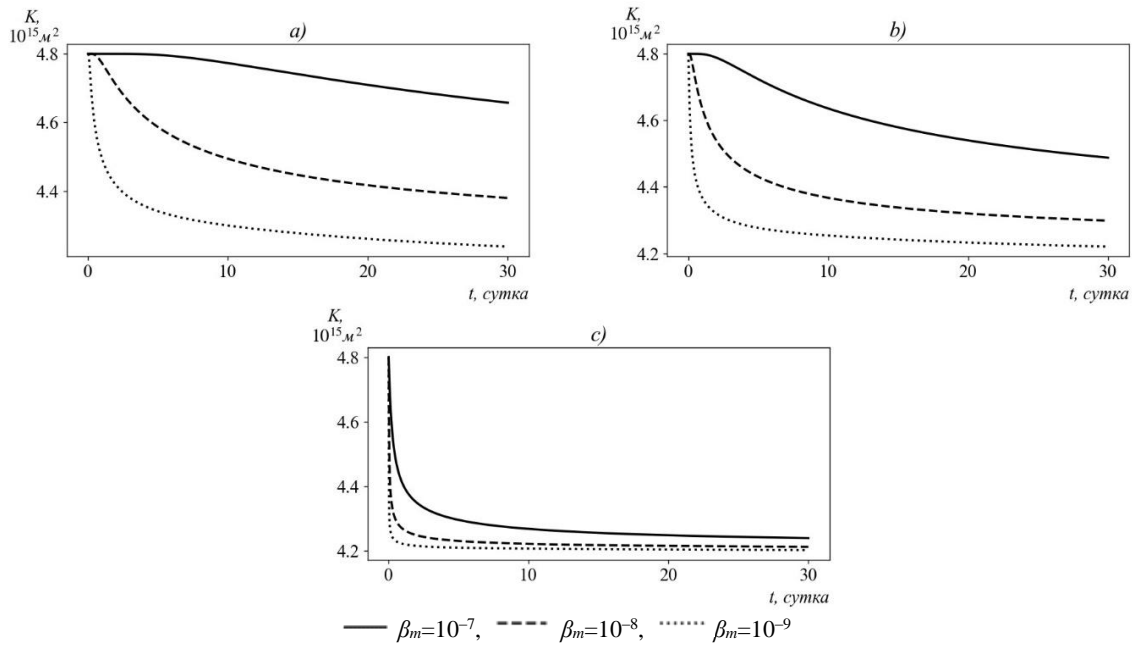


Рис.3. Динамика влияния β_m на проницаемость в точках вблизи нефтяной скважины: $a - x=105\text{ м}$, $b - x=112\text{ м}$, $c - x=119\text{ м}$.

На рис. 3 представлена динамика изменения поля проницаемости поровой среды на расстояниях 15 м, 8 м и 1 м от нефтяной скважины при различных значениях β_m . Из этих результатов видно, что увеличение значения β_m замедляет процесс снижения проницаемости среды при расчете по формуле (8).

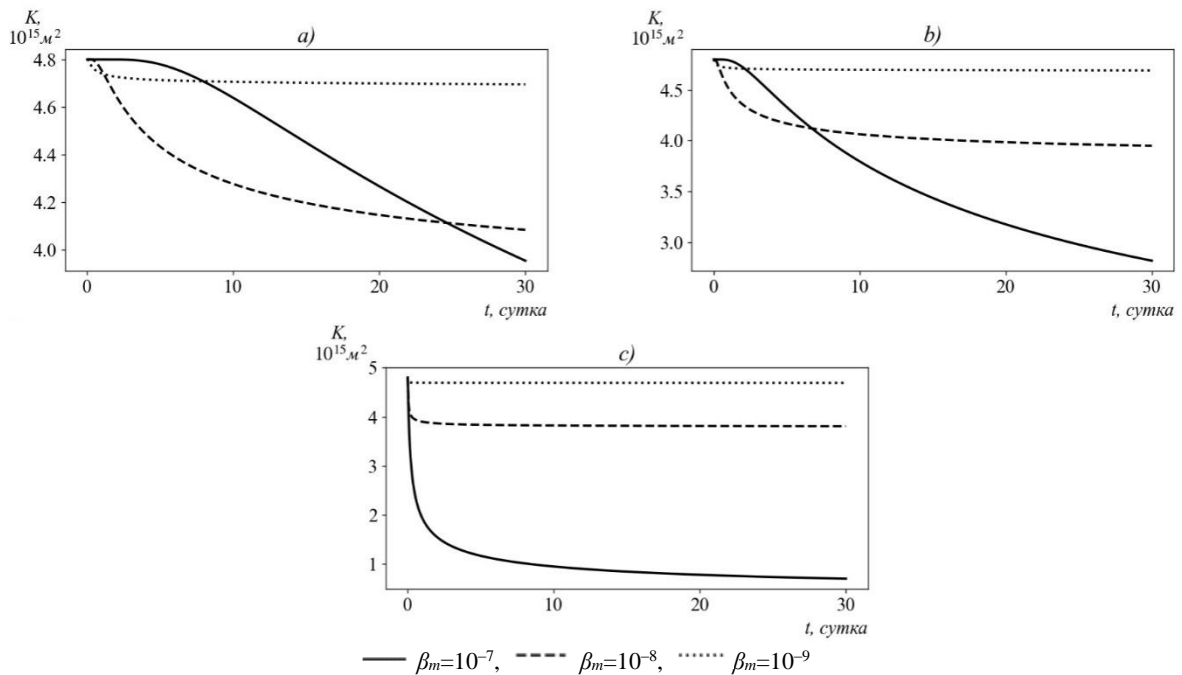


Рис.4. Динамика влияния β_m на проницаемость в точках вблизи нефтяной скважины: $a - x=105\text{ м}$, $b - x=112\text{ м}$, $c - x=119\text{ м}$.

На рис.4 представлена динамика изменения проницаемости пористой среды при различных значениях β_m на расстояниях 15 м, 8 м и 1 м от нефтяной скважины по формуле (10). Из этих результатов видно, что увеличение значения β_m приводит к резкому снижению проницаемости в точках, близких к нефтяной скважине. На рис. 4,а видно, что на расстоянии 15 м от нефтяной скважины проводимость уменьшается быстрее при изначально малых значениях β_m , а с течением времени значение β_m в этой точке составляет 10^{-7} , т.е. мы видим,

что снижение резко ускорилось. На рисунке 4, *b* на расстоянии 1 м от нефтяной скважины видно, что увеличение значения β_m вызывает значительное снижение проницаемости.

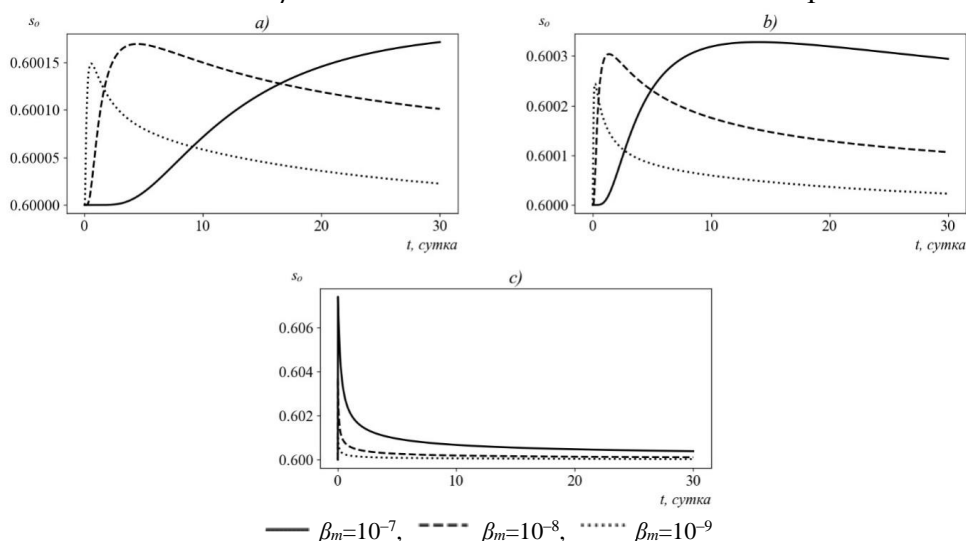


Рис.5. Динамика влияния β_m на нефтяную фазу в точках вблизи нефтяной скважины: *a* – $x=105$ м, *b* – $x=112$ м, *c* – $x=119$ м.

На рис. 5 представлена динамика изменения нефтенасыщенности в пористой среде на расстояниях 15 м и 8 м от нефтяной скважины и в самой нефтяной скважине при различных значениях β_m . Из этих результатов видно, что увеличение значения β_m приводит к увеличению нефтенасыщенности нефтяной скважины. В точках, близких к нефтяной скважине, мы можем видеть, что сначала нефтенасыщенность при малых значениях β_m увеличивалась значительно быстрее, чем при больших ее значениях, а с течением времени это увеличение резко уменьшалось, а затем снижение замедлилось. По мере увеличения значения β_m мы видим, что нефтенасыщенность в этих точках медленно увеличивается, а затем медленно уменьшается.

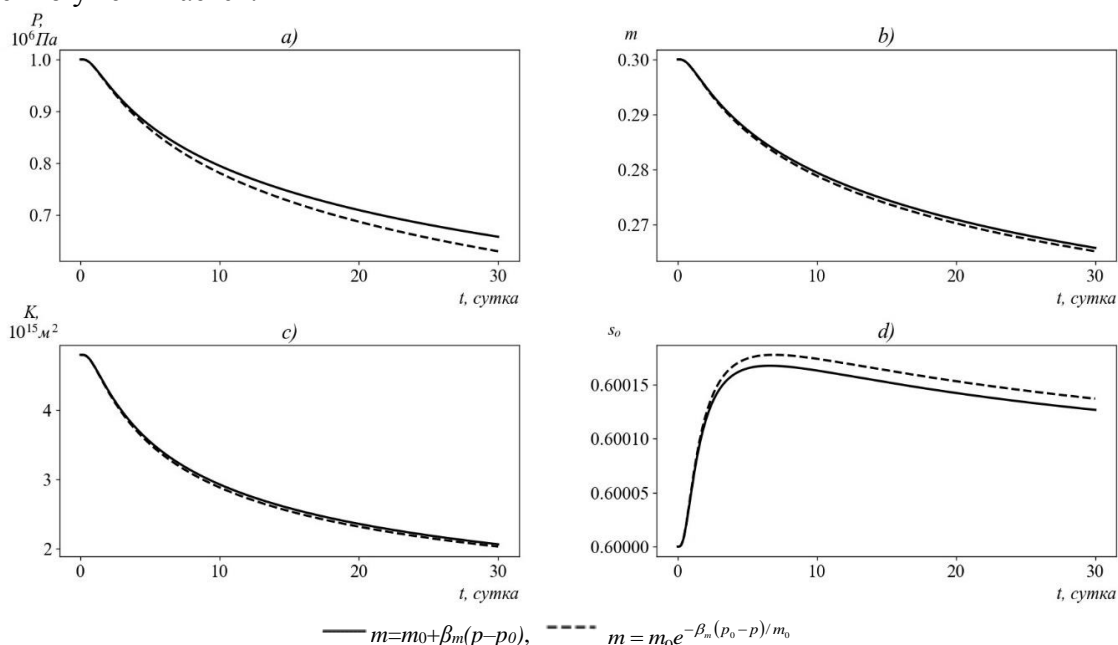


Рис.6. Анализ различных отношений для определения пористости при $\beta_m=10^{-7}$: *a* – распределение давление, *b* – пористость, *c* – проницаемость, *d* – нефтенасыщенность

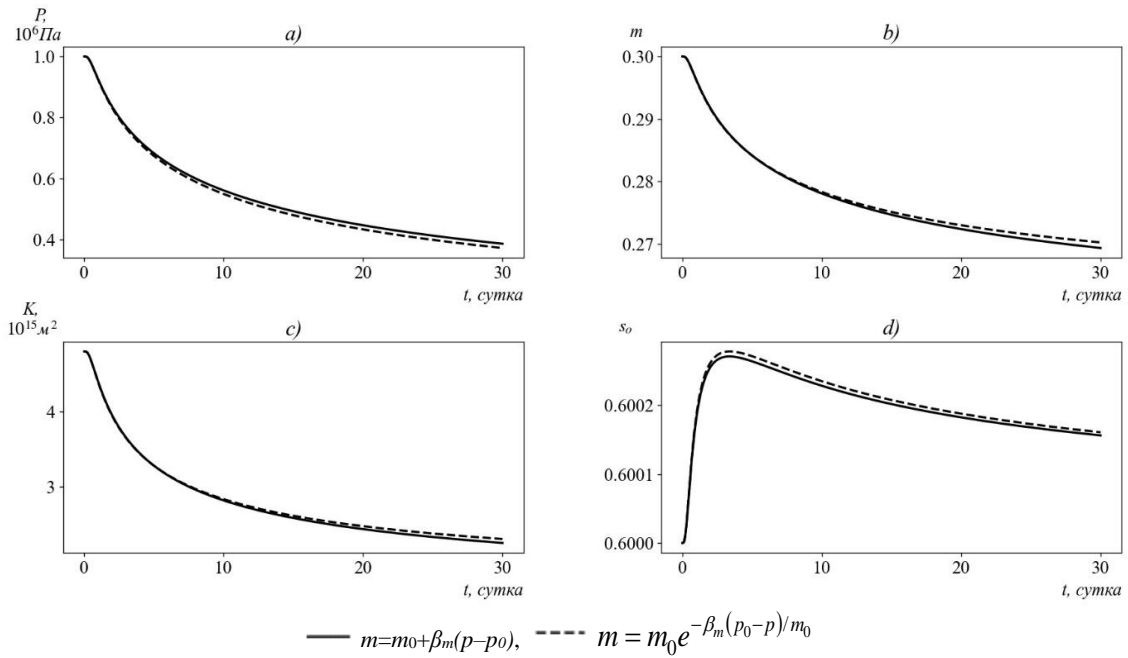


Рис.7. Анализ различных зависимостей для определения пористости при $\beta_m=10^{-7}$: *a* – распределение давление, *b* – пористость, *c* – проницаемость, *d* – нефтенасыщенность

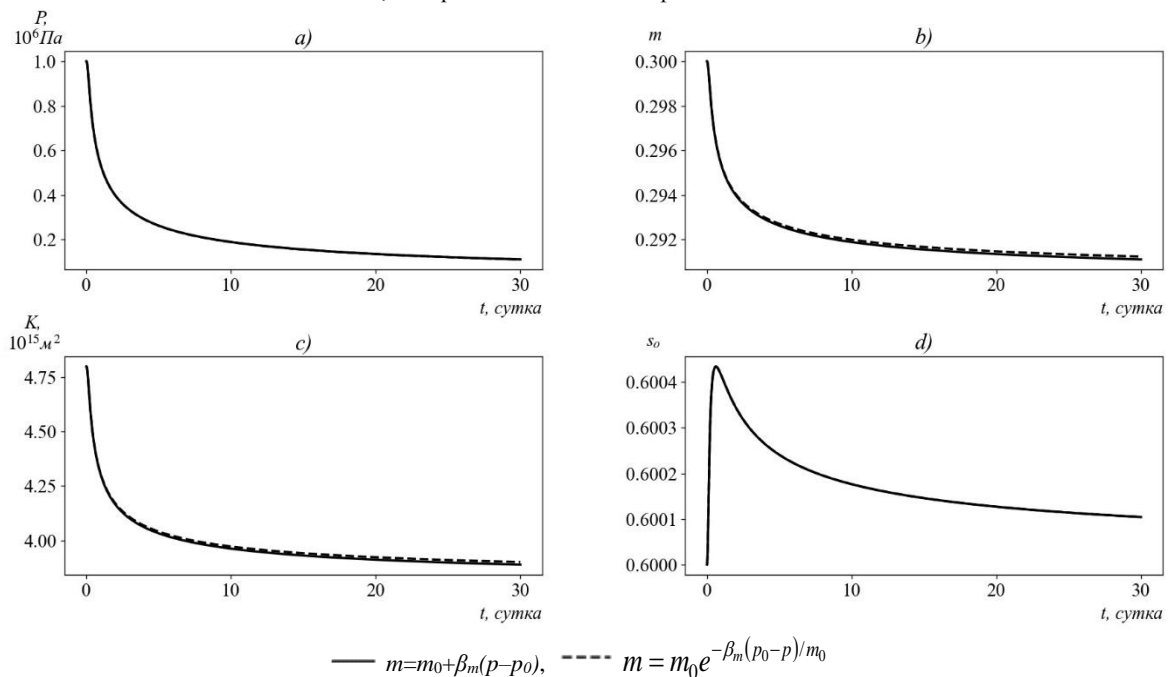


Рис.8. Анализ различных зависимостей для определения пористости при $\beta_m=10^{-7}$: *a* – распределение давление, *b* – пористость, *c* – проницаемость, *d* – нефтенасыщенность

На рис. 6–8 сравнивается изменение гидродинамических показателей в случае использования линейной и экспоненциальной зависимостей для определения пористости среды при различных значениях β_m . Из графиков видно, что с увеличением значения β_m начинают ощущаться различия во всех гидродинамических показателях, а с уменьшением сжимаемости среды эти различия исчезают, и на рис.8 мы видим, что графики почти перекрываются.

Заключение. В статье рассмотрено, как двухфазное течение моделируется с учетом деформации пористой среды. С использованием метода конечных разностей разработан численный алгоритм решения поставленной задачи. Анализ полученных численных резуль-

татов показывает, что если увеличение значения коэффициента сжимаемости среды приводит к значительному замедлению падения давления нефтяного пласта и ускорению снижения пористости, то использование разных соотношений для проницаемости приводит к разным выводам. При использовании линейной зависимости проницаемости от давления, при малых значениях β_m проницаемость больше уменьшается вблизи ствола скважины, и этот процесс ускоряется по мере приближения к нефтяной скважине. При использовании предложенной зависимости мы можем видеть, что по мере увеличения значения β_m на расстоянии 1 м от нефтяной скважины происходит заметное уменьшение проницаемости, а если увеличивать значение β_m по мере удаления от нефтяной скважины, то можно увидеть, что сначала проницаемость уменьшается медленнее, чем при малых значениях β_m , и она ускоряется с течением времени. Увеличение значения β_m приводит к увеличению нефтенасыщенности нефтяной скважины. В точках, близких к нефтяной скважине, мы можем видеть, что сначала нефтенасыщенность при малых значениях β_m увеличивалась значительно быстрее, чем при больших ее значениях, а с течением времени это увеличение резко уменьшалось, а затем снижение замедлилось. По мере увеличения значения β_m видно, что нефтенасыщенность в этих точках медленно увеличивается, а затем медленно уменьшается.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Barry I.S. Flow in a Deformable Porous Medium: PhD, University of New South Wales. Sydney, Australia. 1990. –148 p.
- [2] Detournay, E., & Cheng, A.H.-D. Fundamentals of Poroelasticity. Analysis and Design Methods // Chapter of Analysis and Design Method. 1993, Vol. II, pp. 113–171. doi:10.1016/b978-0-08-040615-2.50011-3.
- [3] Hewitt D., Nijjer J., Worster M., Neufeld J. Flow-induced compaction of a deformable porous medium // Physical Review E. 2016, Vol. 93, No. 2, <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.93.023116>.
- [4] Bui H. H., Nguyen G. D. A coupled fluid-solid SPH approach to modelling flow through deformable porous media // International Journal of Solids and Structures. 2017, Vol. 125, pp.244–264. doi:10.1016/j.ijsolstr.2017.06.02
- [5] Ghasemzadeh H. Multiscale Multiphysic Mixed Geomechanical Model for Deformable Porous Media Considering the Effects of Surrounding Area // Journal of Petroleum Geomechanics. 2019, Vol. 3, No. 1, pp.79–99.
- [6] Сухинов А.И., Григорян Л.А., Сухинов А.А. Математическое моделирование фильтрации двухфазной сжимаемой жидкости на основе модифицированного адаптивного метода минимальных поправок // Информатика, вычислительная техника и управление. 2016, №3(86), С.96–109.
- [7] Khranchenkov É.M., Khranchenkov M.G. Mathematical Model of Multiphase Nonisothermal Filtration in Deformable Porous Media With a Simultaneous Chemical Reaction // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2020, Vol. 93, No.1, pp.191–200.
- [8] Bevilion D., Masson R. Stability and convergence analysis of partially coupled schemes for geomechanics reservoir simulations / 7th Eur. Conf. Math Oil Recovery: Baveno, Italy, 2000.
- [9] Minkoff S. E., Stone C. M., Bryant S., Peszynska M., Wheeler, M. F. Coupled Fluid Flow and Geomechanical Deformation Modeling // J. Pet. Sci. Eng. 2003, Vol. 38, pp. 37–56.
- [10] Settari A., Walters D.A. Advances in coupled geomechanical and reservoir modeling with applications to reservoir compaction // Paper presented at SPE Reservoir Simulation Symposium. Houston TX, 1999.
- [11] Morgan K., Lewis R. W., White I. R., The mechanisms of ground surface subsidence above compacting reservoirs and their analysis by finite element method // Appl. Math. Modell. 1980, Vol. 4, pp. 217–224.
- [12] Sadmejad S.A., Ghasemzadeh H., Taheri E. Multiscale Multiphysic Mixed Geomechanical Model in Deformable Porous Media // Journal for Multiscale Computational Engineering 2014, № 12 (6), pp. 529–547.
- [13] Mow V. C., Mansour J.M. The nonlinear interaction between cartilage deformation and interstitial fluid flow // J. Biomechanics. 1977, Vol. 10, pp. 31–39.
- [14] Басниев К.С., Кочин И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика: Москва, Недра, 1993. –416 с.
- [15] Булгакова Г.Т., Байзитова А.В., Шарифуллин А.Р. Модель матричной кислотной обработки карбонатов: влияние осадки на процесс 192 растворения / Уфа: УГ АТУ, 2009. Т.13. № 2 (35). С. 256–264.
- [16] Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. Москва. Наука. 1982. – 392 с.

Дата поступления

14.02.2023

Бурнашев В.Ф., Кайтаров З.Д. Деформацияланувчи говак муҳитда қўп фазаги сизиш жараёнини моделиратиши

Аннотация: Ушбу мақолада икки фазаги сизиш жараёни муҳитнинг сиқилувчанлигини ҳисобга олган ҳолда ўрганилган ва жараёнга мос келадиган математик модел тузилган. Тузилган модел асосида икки фазаги оқимга муҳитнинг сиқилиши қобилиятининг таъсири ўрганилди ва сиқилувчан муҳитнинг говаклиги ва ўтказувчанлигига боғлиқликлари таҳлил қилинди. Сонли ҳисоб-китоблар учун чекли айирмалар усули қўлланилган. Олинган натижалардан сиқилиш коэффициенти юқори бўлган муҳитда нефт қудуқларининг унумдорлиги паслиги кузатилди.

Калим сўзлар: деформация; тўйинганлик; говаклик; ўтказувчанлик; фаза; филтрация; динамика.

Burnashev V.F., Kaytarov Z.D. Modeling of multi-phase filtration in a deformable porous medium

Abstract: In this paper, the process of two-phase filtration is considered taking into account the compressibility of the medium and a mathematical model suitable for the process is developed. On the basis of the developed model, the influence of the compressibility of the medium on the two-phase flow was studied, and the existing dependences for the porosity and permeability of the compressible medium were analyzed. The finite difference method was used for numerical calculations. From the results obtained, it was observed that the productivity of oil wells is lower in environments with a high compressibility factor.

Key words: deformation; saturation; porosity; permeability; phase; filtration; dynamics.

УДК 532

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

¹Назаров Ф.Х., ²Наврұзов Д.П., ³Адиллов К.

¹Институт механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т.Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан

²Бухарский институт управления природными ресурсами Национального исследовательского университета «ТИИИМСХ», Бухара, Узбекистан

³Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан
e-mail: ¹farruxnazar@mail.ru, ²navruzov.d@mail.ru

Аннотация: В представленной работе проводится исследование нестационарной теплопередачи в прямоугольной пластине. Математическое моделирование теплопередачи проводится на основе уравнения Лапласа с постоянным коэффициентом теплопроводности. Для решения двумерного уравнения теплопроводности использован итерационный метод, для построения контура температур использован пакет программ Matlab.

Ключевые слова: Медная пластина; уравнение теплопроводности; коэффициент теплопроводности; итерационный метод; неявная схема.

Введение. Во многих задачах компьютерное моделирование дает очень экономичные, быстрые и достаточно надежные результаты. По этой причине большинство задач теплообмена в среде часто решается численно [1–3]. Существует ряд методов дискретизации, используемых для преобразования основных уравнений таких задач в систему линейных алгебраических уравнений, которые решаются численно. Эти методы включают метод конечных разностей, объемов и элементов. Каждый из этих методов имеет свои преимущества и недостатки [4, 5]. Факторами, влияющими на количество линейных уравнений в системе и ее сложность, являются количество взятых узлов сетки и выбор метода дискретизации. Существует два типа методов решения такой системы линейных алгебраических уравнений, а именно прямые методы и итерационные методы. Прямые методы, такие, как метод Крамера, метод исключения Гаусса, метод матричной инверсии и т.д. дают решение после определенного количества фиксированных вычислений. С другой стороны, итерационные методы, такие как метод Гаусса-Якоби, метод Гаусса-Зейделя и т.д. дают приближенное решение, которое улучшается с увеличением числа циклов вычислений. Итерационные методы являются самокорректирующимися методами и требуют, чтобы в основной памяти компьютера сохранялись только ненулевые коэффициенты уравнений. Это основные преимущества итеративного процесса. Но эти методы не всегда обеспечивают сходимость решения. Система уравнений, полученная методом конечных объемов, имеет подавляющее большинство нулевых элементов. Кроме того, система, полученная из реалистичных задач потока жидкости и теплообмена, может быть очень большой. Следовательно, итерационные методы более экономичны, чем прямые методы. Нестационарные условия являются предшественниками стационарных условий. Ни одна система не существует изначально в стационарных условиях. После начала теплообмена должно пройти некоторое время, прежде чем система достигнет установившегося состояния. В этот переходный период система находится в нестационарном состоянии.

Уравнение теплопроводности – это дифференциальное уравнение в частных производных, описывающее распределение температуры в среде.

Для температуры $T(x, y, t)$ в двумерном пространстве (x, y) нестационарное уравнение теплопроводности имеет вид [6]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

Здесь α – коэффициент температуропроводности.

Рассматривается задача – нестационарное распределение температуры в медной прямоугольной пластине (рис.1).

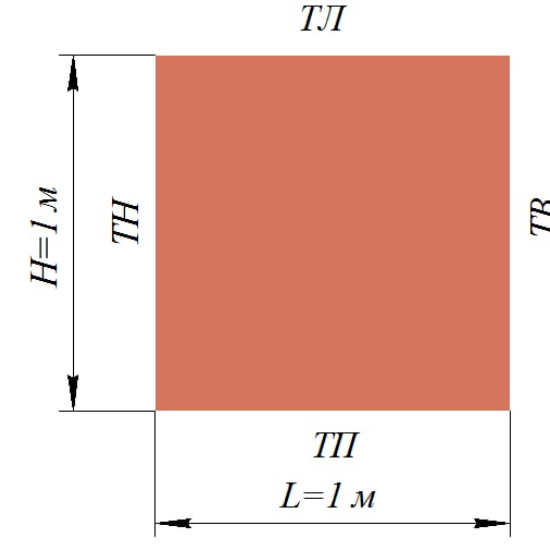


Рис.1. Медная пластина

Здесь $TЛ$, $TВ$, $TП$, $TН$ – температуры левой, верхней, правой и нижней сторон пластины. В работе получены решения для трех вариантов граничных условий: 1) $TЛ=120^{\circ}$, $TВ=40^{\circ}$, $TП=40^{\circ}$, $TН=40^{\circ}$; 2) $TЛ=100^{\circ}$, $TВ=200^{\circ}$, $TП=300^{\circ}$, $TН=400^{\circ}$; 3) $TЛ=200^{\circ}$, $TВ=300^{\circ}$, $TП=200^{\circ}$, $TН=300^{\circ}$.

Для обеспечения устойчивости при численном решении уравнения (1) использовалась неявная конечно-разностная схема. Для данного уравнения конечно-разностная схема имеет вид [7–9]:

$$\frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} = \alpha \left(\frac{T_{i-1,j}^n - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i+1,j}^n}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j-1}^n - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j+1}^n}{\Delta y^2} \right). \quad (2)$$

Из уравнения (2) находим значение $T_{i,j}^{n+1}$

$$T_{i,j}^{n+1} = \frac{T_{i,j}^n + A(T_{i-1,j}^n + T_{i+1,j}^n) + B(T_{i,j-1}^n - T_{i,j+1}^n)}{2(A+B)}, \quad (3)$$

где $A = \frac{\alpha \cdot \Delta t}{\Delta x^2}$, $B = \frac{\alpha \cdot \Delta t}{\Delta y^2}$.

Данная схема является абсолютно устойчивой. Шаги интегрирования были $\Delta x=0.01$, $\Delta y=0.01$. Число расчетных точек в поперечном направлении было 101×101 .

Граничные и начальные условия $T(x,0)=TЛ$, $T(N_x, y)=TВ$; $T(x, N_y)=TП$; $T(0,y)=TН$,

$$T(1,1) = \frac{TЛ + TН}{2} \text{ температура в левом нижнем углу;}$$

$$T(N_x, 0) = \frac{TП + TН}{2} \text{ температура правого нижнего угла;}$$

$$T(1, N_y) = \frac{TЛ + TВ}{2} \text{ температура в левом верхнем углу;}$$

$$T(N_x, N_y) = \frac{TП + TВ}{2} \text{ температура правом верхнем углу.}$$

где N_x – длина по оси x , N_y – длина по оси y .

Используя эти условия, мы решаем уравнение (3) и получаем следующие результаты.

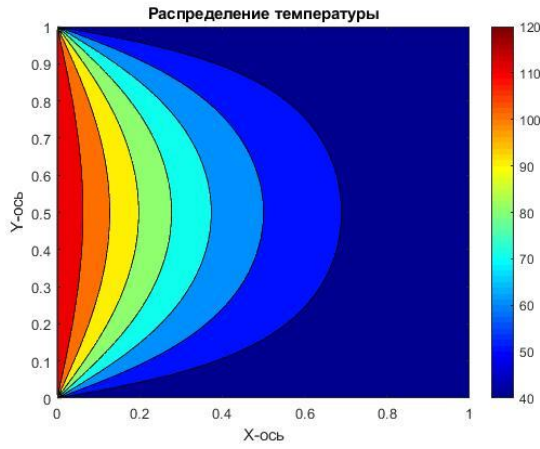


Рис. 2. Распределение температуры при $T_L=120^\circ$, $T_B=40^\circ$, $T_P=40^\circ$, $T_H=40^\circ$

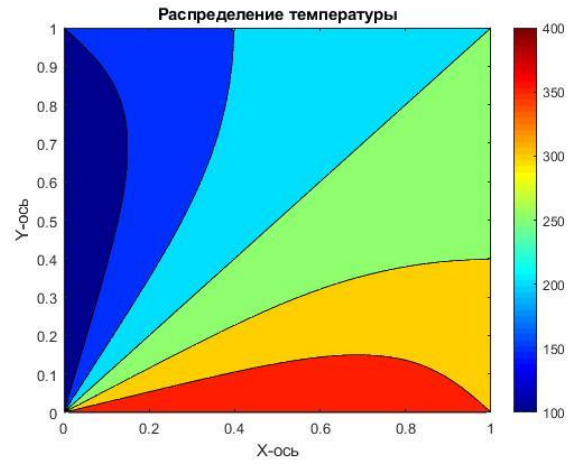


Рис. 3. Распределение температуры при $T_L=100^\circ$, $T_B=200^\circ$, $T_P=300^\circ$, $T_H=400^\circ$

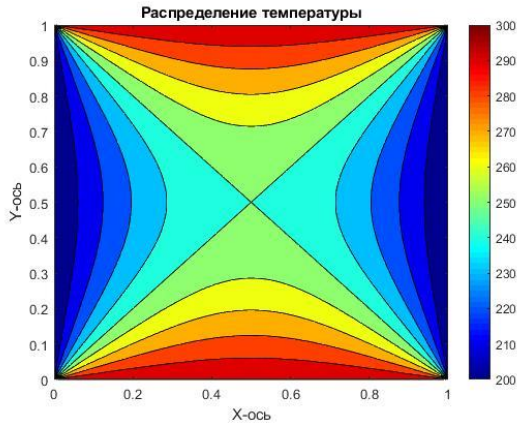


Рис. 4. Распределение температуры при $T_L=200^\circ$, $T_B=300^\circ$, $T_P=200^\circ$, $T_H=300^\circ$

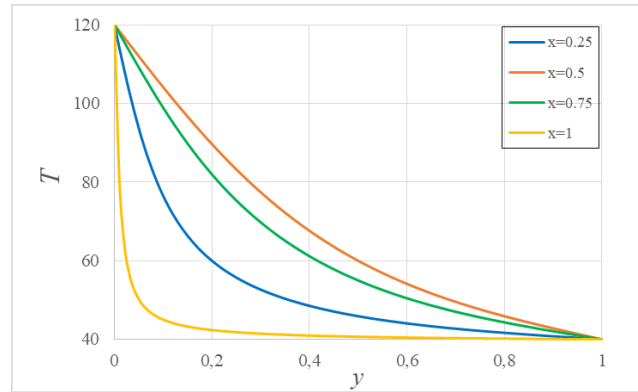


Рис. 5. Распределение температуры на различных участках оси x ($T_L=120^\circ$, $T_B=40^\circ$, $T_P=40^\circ$, $T_H=40^\circ$)

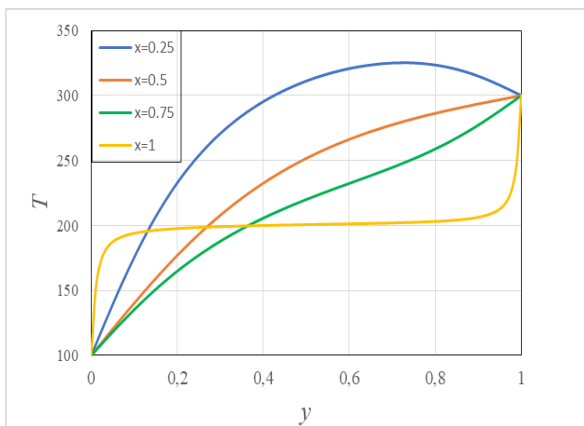


Рис.6. Распределение температуры на различных участках оси x ($T_L=100^\circ$, $T_B=200^\circ$, $T_P=300^\circ$, $T_H=400^\circ$)

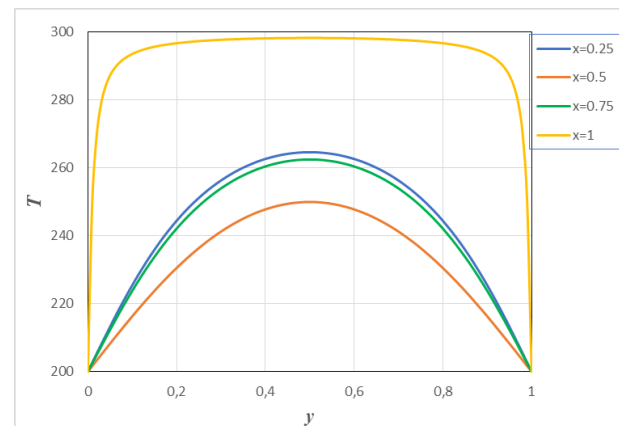


Рис.7. Распределение температуры на различных участках оси x ($T_L=200^\circ$, $T_B=300^\circ$, $T_P=200^\circ$, $T_H=300^\circ$)

Приведены графики распределения температуры на различных участках оси абсцисс.

Заклучение. В данной работе изучалось тепловыделение при различной температуре медной пластины. Уравнение распределения температуры решалось численно, графики получены с помощью пакета программ Matlab. Приведены графики распределения температуры при изменении начальных и граничных условий. Кроме того, были получены численные результаты при различных сечениях распределения температуры. Показана эффективность вычислительного алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Parag V. Patil and J. S. V. R. Krishna Prasad.* Numerical Solution for Two Dimensional Laplace Equation with Dirichlet Boundary Conditions // International Organization of Scientific Research. Journal of Mathematics. 2013, Vol.6, Issue 4, pp.66–75.
- [2]. *Krishna Prasad J.R. and Parag V. Patil.* Finite Volume Numerical Grid Technique for Solving One and Two Dimensional Heat Flow Problems // Research Journal of Mathematical and Statistical Sciences. 2014, Vol.2, Issue 8, pp. 4–9.
- [3] *Mohammed Hasnat, Nourddine Kaid, Mohammed Bensafi, Abdellah Belkacem.* A numerical Technique Finite Volume Method for Solving Diffusion 2D Problem // The International Journal Of Engineering And Science. 2015, Vol. 4, Issue 10, pp.35-41.
- [4] *Anderson J.D.* Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications // McGraw-Hill Publications, First (1st) edition. 1995.
- [5] *Versteeg H.K., Malalsekra W.* An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method // Prentice Hall, Second (2nd) Edition. ISBN0131274988, February 2007.
- [6] *Ратыни А.К.* Уравнение теплопроводности: Методические указания. Иваново. ГОУВПО Иван, 2007, – 21 с.
- [7] *Назаров Ф.Х.* Численное исследование двухфазного потока в центробежном пылеуловителе на основе двухжидкостной модели турбулентности // Математическое моделирование. 2021, Том 33, №1. – С. 77–88
- [8] *Malikov Z.M., Nazarov F.Kh., Omonov Z.J., Abdukhamodov S.K.* Numerical study of flow in a plane suddenly expanding channel based on Wilcox and two-fluid turbulence models // MSTU 2021 Journal of Physics: Conference Series 1901 (2021) 012039 IOP Publishing pp. 1-9 doi:10.1088/1742-6596/1901/1/012039.
- [9] *Маликов З.М., Мадалиев М.Э.* Численное исследование воздушного центробежного сепаратора на основе модели турбулентности SARC // Проблемы вычислительной и прикладной математики. 2019, №6 (24), – С. 72–82

Дата поступления
03.06.2022

Назаров Ф.Х., Наврузов Д.П., Адилев К. Стационар бўлмаган иссиқлик ўзатиш масаласини сонли тадқиқи.

Аннотация: Тақдим этилган ишда тўртбурчак пластинада стационар бўлмаган иссиқлик ўзатиш масаласини тадқиқ қилинган. Иссиқлик ўзатиш масаласини математик моделиштиришда иссиқлик ўтказувчанлик коэффициентини ўзгармас қилиб Лаплас тенгламаси асосида амалга оширилади. Икки ўлчовли иссиқлик ўзатиш тенгламасини сонли ечишда итерация усулидан, температура контурини қуриш учун эса Matlab пакет дастуридан фойдаланилди.

Калит сўзлар: Мис пластина; иссиқлик ўзатиш тенгламаси; иссиқлик ўзатиш коэффициенти; итерация усули; ошкормас схема.

Nazarov F.Kh., Navruzov D.P., Adilov K. Numerical study of non-stationary heat transfer.

Abstract: In the presented work, a study of non-stationary heat transfer in a rectangular plate is carried out. Mathematical modeling of heat transfer is carried out on the basis of the Laplace equation with a constant coefficient of thermal conductivity. An iterative method was used to solve the two-dimensional heat equation, and the Matlab software package was used to construct the temperature contour.

Keywords: Copper plate; heat conduction equation; heat conduction coefficient; iterative method; implicit scheme.

КРАТКОЕ СООБЩЕНИЕ

О монографии Р.Д. Матчанова «Разработка хлопкоуборочной машины для селективного сбора хлопка»

Машинный сбор урожая хлопчатника остается актуальным и востребованным в системе «агрофон-машина-хлопок» в условиях рискованного земледелия. Одним из основных звеньев в данной системе является разработка и создание хлопкоуборочной машины для селективного сбора хлопка. Данная монография посвящена решению этой научно-технической проблемы. Это проблема успешно и комплексно решена в инновационном проекте «Разработка базового набора технических средств для формирования агрофона хлопкового поля и одноразового машинного сбора хлопка-сырца на кластерной основе», финансируемого Министерством инновационного развития республики Узбекистан. В проекте были задействованы 9 научных, конструкторских и производственных организаций, а также два ведущих ВТУЗа республики. В предисловии монографии автор с благодарностью отмечает активное участие ученых института механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз в проекте.

Для решения проблемы повышения эффективности и конкурентоспособности отечественной хлопкоуборочной машины была разработана и создана базовая полунравесная модель ее конструкция, в которой сочетаются технологические особенности одноразового сбора хлопка горизонтально-шпиндельными или двухразового сбора хлопка вертикально-шпиндельными уборочными аппаратами.

В шести главах монографии отражены научно-технические аспекты разработки 2-х рядной комбинированной хлопкоуборочной машины на базе производственной машины МХ-1,8.

В первой главе книги описаны условия возделывания хлопчатника в зоне рискованного земледелия, агрофон хлопкового поля перед машинным сбором, основные параметры его агрофона и хлопкоуборочной машины, а также технология механизированного сбора хлопка.

Во второй главе рассмотрены вопросы разработки хлопкоуборочной машины для селективного сбора хлопка, сформулированы требования к хлопкоуборочной машине и технические решения для создания машины со сменными аппаратами.

В третьей главе приведен расход мощности в комбинированной хлопкоуборочной машине на выполнение основных технологических операций и рассчитан ее баланс.

Четвертая глава посвящена анализу основных технологических показателей работы машины, включая качество сбора хлопка, производительность, распределение времени смены на технологические операции.

В пятой главе дана оценка динамических свойств машины, исследованы колебания тележек, аппарата и влияние их на качество, а также процесс уплотнения хлопка в бункере, приводящие к повышению производительности работы.

В шестой главе приведены результаты полевых испытаний хлопкоуборочной машины для селективного сбора МХ-1,8 ГВ по разным технологиям сбора хлопка. Установлены основные технологические, конструктивные характеристики машины и предложена технология подготовки хлопкового поля под одноразовый машинный сбор.

Комплекс научных и конструкторских работ позволил создать комбинированную хлопкоуборочную машину со сменными аппаратами, которыми осуществляется селективная уборка урожая хлопка в зависимости от готовности агрофона.

В монографии отражены совместные исследования с учеными института, публикации и патенты, направленные на повышение технического уровня отечественной хлопкоуборочной машины. Книга рассчитана на научных работников, конструкторов, преподавателей ВУЗов, докторантов, студентов и всех, кто интересуется разработкой хлопкоуборочных машин.

Член редколлегии журнала
д.т.н., проф. А.А. Ризаев

СОДЕРЖАНИЕ

С.И. Исмоилова, К.С. Султанов, Т.Я. Хазратова, Р.А. Бегманов. Закон нелинейного деформирования шелковых нитей и их параметрический анализ.....	3
Б.Х. Хужаёров, Э.Ч. Холияров. Обратная коэффициентная задача для модели фильтрации Уоррена-Рута по определению коэффициентов перетока и проницаемости.....	16
И. Мирзаев, Д.С. Аскарлова. Пространственные колебания железнодорожного железобетонного моста с нелинейным деформированием его опорной части при землетрясениях	23
А. Бегматов. Связанная задача о соударении жесткого тела, движущегося с постоянной скоростью, и вязкопластического стержня конечной длины	34
А.Б. Ахмедов, Н.Ю. Холманов. Математическое моделирование проката металлической полосы по асимметричной технологии.....	42
Б.М. Мардонов, Д.А. Бекмирзаев, Н.А. Нишонов, М.Ж. Бердибаев, Н.И. Ботабаев. Колебания балки железобетонных мостов взаимодействующих с грунтовыми опорами при действии подвижных сверхнормативных грузов	56
В.М. Турдалиев, А.А. Косимов, Х.Х. Акбаралиев, М.А. Мамашаев. Кинематический анализ гармонического кулачкового механизма цилиндрического типа.....	64
Г.А. Бахадиров, Г.Н. Цой, А.М. Набиев. Экспериментальное исследование влияния сочетания пар валов на процесс отжима влаги из мокрого кожаного полуфабриката.....	69
Д.М. Мухаммадиев, Ф.Х. Ибрагимов, О.Х. Абзоиров, Л.Ю. Жамолова. Исследования изгиба пильных дисков лентерной машины.....	77
К. Наврузов, А.А. Мирзоев, Ш.Б. Шарипова. Пульсирующее течение упруговязкой несжимаемой жидкости в плоском канале.....	83
В.Ф. Бурнашев, З.Д. Кайтаров. Моделирование многофазной фильтрации в деформируемой пористой среде.....	90
Ф.Х. Назаров, Д.П. Наврузов, К. Адиллов. Численное исследование нестационарной теплопередачи	100
А.А. Ризаев. О монографии Р.Д. Матчанова «Разработка хлопкоуборочной машины для селективного сбора хлопка»	104

МУНДАРИЖА

С.И. Исмоилова, К.С. Султанов, Т.Я. Хазратова, Р.А. Бегманов. Ипак ипларининг ночизикли деформацияланиш конуни ва унинг параметрик тахлили.....	3
Б.Х. Хужаёров, Э.Ч. Холияров. Уоррен-Рут филтрирация модели учун оким ва ўтказувчанлик коэффициентларини аниқлаш учун тескари коэффициентли масала	16
И. Мирзаев, Д.С. Аскарлова. Зилзила таъсирида ночизикли деформацияланувчи таянч қисми темир йўл темирбетон кўпригининг фазовий тебранишлари.....	23
А. Бегматов. Ўзгармас тезлик билан ҳаракат қилаётган қаттиқ жисм ва узунлиги чекли ёпишқоқпластик стерженнинг ўзаро зарбаси тўғрисидаги боғланган масала.....	34
А.Б. Ахмедов, Н.Ю. Холманов. Асимметрик технология асосида металл тасмаларни прокатлаш жараёнини математик моделлаштириш.....	42
Б.М. Мардонов, Д.А. Бекмирзаев, Н.А. Нишонов, М.Ж. Бердибаев, Н.И. Ботабаев. Таянчлари грунт билан ўзаро таъсирдаги темирбетон кўприк тўсинининг ҳаракатланувчи меъёрдан ортиқ оғир юқлар таъсирида тебраниши.....	56
В.М. Турдалиев, А.А. Косимов, Х.Х. Акбаралиев, М.А. Мамашаев. Цилиндр типдаги гармоник кулачокли механизмнинг кинематик тахлили.....	64
Г.А. Бахадиров, Г.Н. Цой, А.М. Набиев. Хўл тери хом ашёсининг намлигини сиқиб чиқариш жараёнига валлар жуфтлигининг таъсирини экспериментал тадқиқ қилиш	69
Д.М. Мухаммадиев, Ф.Х. Ибрагимов, О.Х. Абзоиров, Л.Ю. Жамолова. Линтер машинаси аррали дискиннинг эгилишини тадқиқ этиш.....	77
К.Н. Наврузов, А.А. Мирзоев, Ш.Б. Шарипова. Ясси каналда реологик мураккаб суюқликнинг пульсли окими.....	83
В.Ф. Бурнашев, З.Д. Кайтаров. Деформацияланувчи ғовак муҳитда кўп фазали сизиш жараёнини моделлаштириш.....	90
Ф.Х. Назаров, Д.П. Наврузов, К. Адиллов. Стационар бўлмаган иссиқлик ўзатиш масаласини сонли татбиқи.....	100
А.А. Ризаев. Р.Д. Матчановнинг «Пахтани танлаб териш учун пахта териш машиналарини ишлаб чиқиш» монографияси ҳақида	104

Номер одобрен на заседании редакционной коллегии журнала 07.06.2023
Сдано в набор 01.05.2023. Подписано в печать 20.06.2023.
Формат 60×84 ¹/₈. Гарнитура Times New Roman. Ризография.
Усл.- печ. л. 12.32. Уч.-изд. л. 6.5. Тираж 130. Заказ № 697.
Цена договорная.

Отпечатано в Минитипографии АН РУз:
100047, г. Ташкент, ул. акад. Я. Гулямова, 70.